

# Mathematik in der BWL

von Blanckenburg

3. Auflage 2021

ISBN 978-3-8006-6577-8

Vahlen

schnell und portofrei erhältlich bei

[beck-shop.de](https://beck-shop.de)

Die Online-Fachbuchhandlung [beck-shop.de](https://beck-shop.de) steht für Kompetenz aus Tradition. Sie gründet auf über 250 Jahre juristische Fachbuch-Erfahrung durch die Verlage C.H.BECK und Franz Vahlen.

[beck-shop.de](https://beck-shop.de) hält Fachinformationen in allen gängigen Medienformaten bereit: über 12 Millionen Bücher, eBooks, Loseblattwerke, Zeitschriften, DVDs, Online-Datenbanken und Seminare. Besonders geschätzt wird [beck-shop.de](https://beck-shop.de) für sein umfassendes Spezialsortiment im Bereich Recht, Steuern und Wirtschaft mit rund 700.000 lieferbaren Fachbuchtiteln.

Blanckenburg  
Mathematik in der BWL

  
**beck-shop.de**  
DIE FACHBUCHHANDLUNG

**beck-shop.de**  
DIE FACHBUCHHANDLUNG

# Mathematik in der BWL

Anwendungsorientiert und verständlich

von

Prof. Dr. Korbinian von Blanckenburg

3. Auflage

  
**beck-shop.de**  
DIE FACHBUCHHANDLUNG

Verlag Franz Vahlen München

**Prof. Dr. Korbinian von Blanckenburg** studierte nach dem Abitur am Hainberg-Gymnasium Göttingen Volkswirtschaftslehre an der Universität Regensburg, der Universität Karlstad in Schweden und der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster. Anschließend entwickelte er in seiner Doktorarbeit Testverfahren zur Beurteilung der Funktionsfähigkeit von Märkten. Nach Stationen beim Deutschen Institut für Wirtschaftsforschung (DIW) und der WINGAS GmbH wurde er im Oktober 2013 zum Professor für das Lehrgebiet Volkswirtschaftslehre und Wirtschaftsmathematik an der Technischen Hochschule Ostwestfalen-Lippe in Lemgo ernannt. 2015 erhielt er den Lehrpreis für exzellente Lehre. Maßgeblich hierfür waren seine interaktiven Vorlesungen der Wirtschaftsmathematik. 2016 habilitierte er sich an der Universität Kassel und betreut aktuell mehrere Doktoranden im Bereich der Industrieökonomik. 2018 erhielt er für seine Habilitation den Roman Herzog Forschungspreis Soziale Marktwirtschaft und wurde zum Gründungsdekan des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften der TH OWL gewählt.



**Social Media:**

<https://www.youtube.com/wirliebenmathe>

<https://twitter.com/KvBlanckenburg>

<https://www.instagram.com/kOrbinian>

[facebook.com/vwlundwima](https://facebook.com/vwlundwima)

DIE FACHBUCHHANDLUNG

ISBN Print: 978 3 8006 6577 8

ISBN E-Book: 978 3 8006 6578 5

© 2021 Verlag Franz Vahlen GmbH

Wilhelmstraße 9, 80801 München

Satz: Fotosatz Buck

Zweikirchener Str. 7, 84036 Kumhausen

Druck und Bindung: Beltz Grafische Betriebe GmbH

Am Fliegerhorst 8, 99947 Bad Langensalza

Umschlaggestaltung: Ralph Zimmermann – Bureau Parapluie

Bildnachweis: © cienpies – istockphoto.com



Gedruckt auf säurefreiem, alterungsbeständigem Papier  
(hergestellt aus chlorfrei gebleichtem Zellstoff)

# Vorwort

Wie lässt sich Mathematik am besten lernen? Diese Frage beschäftigt mich schon eine ganze Weile. Meiner Erfahrung nach müssen zwei Schritte durchlaufen werden: Erstens müssen die Inhalte verstanden werden. Zweitens muss die Anwendung geübt werden. Zum ersten Punkt verfolge ich im Rahmen meiner Professorentätigkeit eine gemischte Strategie: In sogenannten Lernmodulen lasse ich meine Studierenden die Inhalte zunächst anhand von Literatur und kurzen Erklärvideos möglichst selbstständig verstehen. Anschließend treffen wir uns in der Vorlesung (Plenum wäre vielleicht besseres Wort) um Fragen und Probleme zu besprechen. Wenn das Verständnis geklappt hat, gehe ich zum Übungsteil über. Auch hier sollen Übungsaufgaben zunächst selbstständig gelöst werden. Wenn das nicht klappt, lösen wir Probleme und Fragen gemeinsam. Dieses Vorgehen lässt sich in das Konzept des flipped classroom einordnen.

Wichtig ist in jedem Fall sich auf das Relevante und thematisch Wesentliche zu konzentrieren. In diesem Buch verabschiede ich mich vom Zwang zur mathematischen Vollständigkeit. Dieser ist aus meiner Sicht häufig auch nicht zweckmäßig, sofern die Mathematik als Instrument verwendet wird, um ökonomische Fragestellungen zu beantworten. Daher wird in den folgenden Kapiteln weitestgehend auf Beweise und Herleitungen verzichtet. Dieses Buch soll auch ein bisschen Spaß machen. Deswegen sind immer wieder praktische und teilweise auch lustige Beispiele zu finden, wie zu Optimierungsproblemen beim Kuchenbacken oder zur korrekten Zusammenstellung des richtigen Wildschweinfutters. Zur visuellen Vertiefung sind an vielen Stellen QR-Codes eingefügt, die zu Live-Mitschnitten und kurzen Zusammenfassungen aus meinen Vorlesungen an der Technischen Hochschule Ostwestfalen-Lippe führen. Im neuen Abschnitt 6 finden sich Verweise zu ausgewählten Videos direkt aus dem Hörsaal.

Die Zielgruppe des Buches sind Schüler und Studierende der Betriebswirtschaftslehre. Das Buch kann dabei an Gymnasien, Wirtschaftsschulen, Berufskollegs, Fachhochschulen und Universitäten eingesetzt werden. Es wird verhältnismäßig wenig Vorwissen erwartet. Lediglich grundlegende mathematische Kenntnisse, z. B. in den Bereichen Bruchrechnung, Termenumformung, Gleichungen, Dreisatz etc., sollten vorhanden sein.

Der Inhalt des Buches gliedert sich in sechs Kapitel. Im ersten Kapitel werden Grundlagen zum Thema Folgen und Reihen gelegt.

Vor allem die geometrische Reihe ist elementare Voraussetzung im Rahmen diverser Probleme aus dem Bereich der Investitionsrechnung, und daher für die Mathematik der Betriebswirtschaftslehre ein Kernelement. In diesem Kapitel findet sich – wie auch in jedem der folgenden Kapitel – ein Anwendungsteil. Das zweite Kapitel führt grundlegende Funktionen ein, die in der betriebswirtschaftlichen Praxis von Relevanz sind, denn ein sicherer Umgang mit Funktionen ist für spätere Optimierungsprobleme unabdingbar. In diesem Kapitel wird viel Wert auf die grafische Darstellung von Funktionen gelegt. Es wird dabei auch ein direkter Anwendungsbezug zu Erlös-, Kosten- und Gewinnfunktion hergestellt. Im dritten Kapitel werden gängige Ableitungsregeln ebendieser Funktionen näher betrachtet, um Extremstellen bei wichtigen Funktionstypen bestimmen zu können. Das vierte Kapitel thematisiert die Integrationsrechnung, für die zuvor kennengelernten Funktionen. Im fünften Kapitel werden Grundlagen für das Arbeiten mit Gleichungssystemen gelegt, um im Anschluss daran Optimierungsprobleme mittels Linearer Programmierung zu lösen. Im sechsten Kapitel finden sich Verweise zu VR-Videos zu den einzelnen Themen. Bei den Videos handelt es sich um 360° Aufnahmen, direkt aus dem Hörsaal. Angereichert werden diese Aufnahmen mit virtuellen Elementen.

Ziel dieses Buches ist es, einen sicheren Umgang mit Zahlen und Funktionen zu vermitteln. Weiterhin können finanzmathematische Probleme selbstständig gelöst werden. Es wird vermittelt, wie Kurvendiskussionen für einfache Funktionen durchgeführt und Flächen unter Funktionen berechnet werden können. Abschließend wird ein Verständnis für lineare Gleichungssysteme geschaffen. Die Anwendung auf ökonomische Probleme steht dabei im Vordergrund. Dieses Buch liefert das Rüstzeug für weiterführende Kurse in allen Gebieten, insbesondere der BWL, VWL und Statistik.

Detmold, im April 2021

*Korbinian von Blanckenburg*

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort .....	V
Abbildungsverzeichnis .....	XI
<b>1. Folgen und Reihen</b> .....	<b>1</b>
1.1 Einführung .....	1
1.2 Arithmetische Folgen .....	3
1.2.1 Definition .....	3
1.2.2 Summe einer arithmetischen Folge .....	5
1.2.3 Mittelwert einer arithmetischen Folge .....	6
1.3 Geometrische Folgen .....	6
1.3.1 Definition .....	6
1.3.2 Summe einer geometrischen Folge .....	8
1.3.3 Mittelwert einer geometrischen Folge .....	10
1.4 Anwendung in der Finanzmathematik .....	11
1.4.1 Arithmetische Folgen in der Finanzmathe- matik .....	11
1.4.2 Geometrische Folgen in der Finanzmathe- matik .....	13
1.4.2.1 Endwertberechnung .....	13
1.4.2.2 Barwertberechnung .....	14
1.4.2.3 Zinssatzberechnung und Kalkula- tionszinssatz .....	17
1.4.2.4 Laufzeitberechnung .....	20
1.4.3 Mittelwerte .....	22
1.4.4 Rentenrechnung .....	23
<b>2. Funktionen</b> .....	<b>27</b>
2.1 Einführung .....	27
2.2 Definitions- und Wertebereich und Verhalten gegen Unendlich .....	28
2.3 Funktionstypen .....	29
2.3.1 Lineare Funktionen .....	29
2.3.2 Quadratische Funktionen .....	31
2.3.3 Kubische Funktionen .....	34
2.3.4 Gebrochenrationale Funktionen .....	37
2.3.5 Wurzelfunktionen .....	39
2.3.6 Exponentialfunktionen .....	41
2.3.7 Logarithmusfunktionen .....	45
2.3.8 Verschiebungen, Streckungen, Stauchungen und Spiegelung von Graphen .....	47



2.4	Funktionen in der Praxis . . . . .	47
2.4.1	Erlösfunktion . . . . .	48
2.4.2	Kostenfunktion . . . . .	48
2.4.3	Gewinnfunktion . . . . .	49
<b>3.</b>	<b>Differentialrechnung . . . . .</b>	<b>51</b>
3.1	Einführung . . . . .	51
3.2	Ableitung verschiedener Funktionstypen . . . . .	52
3.2.1	Lineare Funktionen . . . . .	52
3.2.2	Quadratische Funktionen . . . . .	52
3.2.3	Kubische Funktionen . . . . .	53
3.2.4	Gebrochenrationale Funktionen . . . . .	54
3.2.5	Wurzelfunktionen . . . . .	55
3.2.6	Exponentialfunktionen . . . . .	56
3.2.7	Logarithmusfunktionen . . . . .	57
3.2.8	Verkettete Funktionen . . . . .	58
3.2.9	Produkt- und Quotientenregel . . . . .	60
3.3	Die Ableitung zur Bestimmung von Minimum, Maximum & Sattelpunkt . . . . .	61
3.3.1	Minimum . . . . .	61
3.3.2	Maximum . . . . .	62
3.3.3	Sattelpunkt . . . . .	63
3.3.4	Wendepunkt . . . . .	64
3.3.5	Anwendung in der Praxis . . . . .	65
	3.3.5.1 Gewinnmaximum . . . . .	65
	3.3.5.2 Produktlebenszyklus . . . . .	66
3.4	Die Lagrange-Methode zur Lösung von Optimie- rungsproblemen mit Nebenbedingungen . . . . .	67
<b>4.</b>	<b>Integrationsrechnung . . . . .</b>	<b>73</b>
4.1	Einführung . . . . .	73
4.2	Flächenberechnung bei verschiedenen Funktions- typen . . . . .	75
4.2.1	Lineare Funktionen . . . . .	75
4.2.2	Quadratische Funktionen . . . . .	76
4.2.3	Kubische Funktionen und Polynome höhe- ren Grades . . . . .	78
	4.2.3.1 Kubische Funktion . . . . .	78
	4.2.3.2 Polynome höheren Grades . . . . .	80
4.2.4	Gebrochenrationale Funktionen . . . . .	80
4.2.5	Wurzelfunktionen . . . . .	82
4.2.6	Exponentialfunktionen . . . . .	83
4.2.7	Logarithmusfunktionen . . . . .	84
4.3	Integration durch Substitution . . . . .	85

4.4	Partielle Integration . . . . .	90
4.5	Anwendung der Integrationsrechnung in der Statistik . . . . .	92
<b>5.</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme &amp; Lineare Programmierung . .</b>	<b>95</b>
5.1	Einführung . . . . .	95
5.2	Lineare Gleichungssysteme . . . . .	96
5.2.1	Darstellung und Lösung in Gleichungsform . . . . .	96
5.2.2	Darstellung und Lösung in Matrizenform . . . . .	100
5.2.2.1	Addition, Subtraktion und Multiplikation von Matrizen . . . . .	100
5.2.2.2	Lineare Gleichungssysteme in Matrizenform . . . . .	104
5.3	Lineare Programmierung . . . . .	110
5.3.1	Lösung von zweidimensionalen LP-Problemen mittels Zeichnung . . . . .	111
5.3.2	Lösung von mehrdimensionalen LP-Problemen mittels Excel-Solver . . . . .	114
<b>6.</b>	<b>Virtual Reality Videos . . . . .</b>	<b>119</b>
6.1	Einführung . . . . .	119
6.2	Richtig Runden . . . . .	121
6.3	Summenformel von Gauß . . . . .	121
6.4	Grundlagen der Finanzmathematik . . . . .	122
6.5	Nullstellen und Achsenabschnitte . . . . .	123
6.6	Ableitungen von Potenzfunktionen . . . . .	123
6.7	Ableiten mit der Produktregel . . . . .	124
6.8	Lagrange-Methode . . . . .	124
6.9	Integration durch Substitution . . . . .	125
6.10	Lineare Optimierung . . . . .	125
6.11	Lineare Gleichungssysteme . . . . .	126
6.12	Hinter den Kulissen . . . . .	126
	Formelsammlung . . . . .	129
	Literaturverzeichnis . . . . .	135
	Stichwortverzeichnis . . . . .	136