

Grundzüge der Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Merz / Hielscher

2025

ISBN 978-3-8006-7628-6

Vahlen

schnell und portofrei erhältlich bei

beck-shop.de

Die Online-Fachbuchhandlung beck-shop.de steht für Kompetenz aus Tradition. Sie gründet auf über 250 Jahre juristische Fachbuch-Erfahrung durch die Verlage C.H.BECK und Franz Vahlen.

beck-shop.de hält Fachinformationen in allen gängigen Medienformaten bereit: über 12 Millionen Bücher, eBooks, Loseblattwerke, Zeitschriften, DVDs, Online-Datenbanken und Seminare. Besonders geschätzt wird beck-shop.de für sein

umfassendes Spezialsortiment im Bereich Recht, Steuern und Wirtschaft mit rund 700.000 lieferbaren Fachbuchtiteln.

**Grundzüge der Mathematik
für Wirtschaftswissenschaftler**


DIE FACHBUCHHANDLUNG


beck-shop.de
DIE FACHBUCHHANDLUNG

Grundzüge der Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Erfolgreich durch die Mathe-Klausur

von

Prof. Dr. Michael Merz

und

Dipl.-Math. Marie Hielscher

beck-shop.de
DIE FACHBUCHHANDLUNG

Verlag Franz Vahlen München

Michael Merz ist Ökonom, Mathematiker und Professor für Betriebswirtschaftslehre, insbesondere Mathematik und Statistik in den Wirtschaftswissenschaften an der University of Hamburg Business School. Diplom-Mathematikerin **Marie Hielscher** ist wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl von Prof. Merz.

vahlen.de

ISBN 978 3 8006 7628 6

© 2025 Verlag Franz Vahlen GmbH,
Wilhelmstr. 9, 80801 München
info@vahlen.de

Druck und Bindung: Buchdruck-Zentrum Prüm/
PNB Print „Jansili“, Silakrogs, LV-2133 Lettland

Satz: EDV-Beratung Frank Herweg, Laudenbach
Produktion: Sieveking Agentur, München
Umschlag: Ralph Zimmermann – Bureau Parapluie
Bildnachweis: © bittedankeschön – stock.adobe.com



vahlen.de/nachhaltig
produktsicherheit.vahlen.de

Gedruckt auf säurefreiem, alterungsbeständigem Papier
(hergestellt aus chlorfrei gebleichtem Zellstoff)

Alle urheberrechtlichen Nutzungsrechte bleiben vorbehalten.
Der Verlag behält sich auch das Recht vor, Vervielfältigungen
dieses Werkes zum Zwecke des Text and Data Mining
vorzunehmen.


DIE FACHBUCHHANDLUNG

Vorwort

Dieses Buch ist aus dem vielfach geäußerten Wunsch nach einer kompakteren und stärker fokussierten Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler hervorgegangen. Es basiert auf unserem Lehrbuch

*Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler:
Die Einführung mit vielen ökonomischen Beispielen*

(Verlag Vahlen, ISBN 978-3-8006-4482-7), das seit seiner Veröffentlichung im Jahr 2012 eine ausführliche, präzise und anwendungsorientierte Darstellung der mathematischen Grundlagen für wirtschaftswissenschaftliche Studiengänge bietet.

Das vorliegende Buch *Grundzüge der Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler* richtet sich insbesondere an Studienanfängerinnen und Studienanfänger, die sich einen schnellen, strukturierten und zugleich fundierten Überblick über die für ihr Studium zentralen mathematischen Konzepte verschaffen möchten. Die Stoffauswahl konzentriert sich auf die für ein erfolgreiches wirtschaftswissenschaftliches Studium unabdingbaren Inhalte, wobei bewusst auf die Darstellung von Beweisen verzichtet wurde. Für weiterführende Erklärungen, Begründungen und Beweise wird auf das oben genannte umfangreichere Lehrbuch verwiesen.

Trotz der inhaltlichen Straffung bleibt der didaktische Anspruch erhalten: Alle mathematischen Begriffe, Sätze und Verfahren werden in einem konsistenten Formalismus präsentiert, sorgfältig erläutert und durch zahlreiche ökonomisch motivierte Beispiele ergänzt. Die klare

Strukturierung des Stoffes sowie das einheitliche Layout mit farblich hervorgehobenen Definitionen, Sätzen und Beispielen erleichtern die Orientierung und fördern das Verständnis.

Studierende, die das hier vermittelte Wissen gezielt anwenden und vertiefen möchten, finden eine ideale Ergänzung in unserem

*Übungsbuch zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler:
450 Klausur- und Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen*

(Verlag Vahlen, ISBN 978-3-8006-4720-0). Es bietet eine breite Auswahl an Aufgaben aus allen Themenbereichen sowie ausführlich kommentierte Lösungen zur Selbstkontrolle.

Wir hoffen, mit diesem Buch einen Beitrag zur mathematischen Grundlagenausbildung in wirtschaftswissenschaftlichen Studiengängen zu leisten, der sowohl den Einstieg erleichtert als auch eine solide Basis für weiterführende Veranstaltungen legt. Für vertiefte Studien sowie als ergänzendes Nachschlagewerk empfehlen wir weiterhin unser umfassenderes Werk *Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler: Die Einführung mit vielen ökonomischen Beispielen*.

Unser Dank gilt allen Kolleginnen und Kollegen sowie Studierenden, die uns mit Anregungen und Rückmeldungen unterstützt haben. Wir wünschen viel Freude und Erfolg bei der Beschäftigung mit der Mathematik!

Hamburg, im Frühjahr 2025
Marie Hielscher & Michael Merz


beck-shop.de
DIE FACHBUCHHANDLUNG

Inhaltsverzeichnis

Teil I

Mathematische Grundlagen

1 Aussagenlogik

1.1 Aussagen	3
1.2 Junktoren	3
1.3 Tautologien und Kontradiktionen	6
1.4 Aussageformen	7
1.5 Quantoren	7

2 Mengenlehre

2.1 Mengen und Elemente	9
2.2 Mengenoperationen	10
2.3 Mengenalgebra	12
2.4 Mächtigkeit von Mengen	15
2.5 Partitionen	17

3 Zahlenbereiche und vollständige Induktion

3.1 Zahlenbereich $\mathbb{R}$	18
3.2 Zahlenbereiche $\mathbb{N}$, $\mathbb{N}_0$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{I}$	19
3.3 Vollständige Induktion	20
3.4 Zahlenbereich $\mathbb{C}$	21

4 Gleichungen und Ungleichungen

4.1 Gleichungen	28
4.2 Algebraische Gleichungen	29
4.3 Quadratische Gleichungen	30
4.4 Ungleichungen	31

5 Kartesische Produkte, Relationen und Abbildungen

5.1 Kartesische Produkte	34
5.2 Relationen	35
5.3 Abbildungen	39
5.4 Injektivität, Surjektivität und Bijektivität	42
5.5 Komposition von Abbildungen	44
5.6 Umkehrabbildungen	46

Teil II

1 Lineare Algebra

49

6 Euklidischer Raum $\mathbb{R}^n$ und Vektoren

51

6.1 Euklidischer Raum $\mathbb{R}^n$	51
6.2 Euklidisches Skalarprodukt und euklidische Norm	53
6.3 Orthogonalität und Winkel	55
6.4 Linearkombinationen und konvexe Mengen	57
6.5 Lineare Unterräume und Erzeugendensysteme	59
6.6 Lineare Unabhängigkeit	59
6.7 Basis und Dimension	63

7 Lineare Abbildungen und Matrizen

66

7.1 Lineare Abbildungen	66
7.2 Matrizen	68
7.3 Spezielle Matrizen	70
7.4 Zusammenhang zwischen linearen Abbildungen, Matrizen und linearen Gleichungssystemen	71
7.5 Matrizenalgebra	73
7.6 Rang	77
7.7 Inverse Matrizen	79
7.8 Symmetrische und orthogonale Matrizen	82
7.9 Spur und Determinante	84

8 Lineare Gleichungssysteme und Gauß-Algorithmus

90

8.1 Eigenschaften linearer Gleichungssysteme	90
8.2 Elementare Zeilenumformungen und Zeilenstufenform	92
8.3 Gauß-Algorithmus	93
8.4 Matrizengleichungen	95
8.5 Bestimmung der Inversen mittels Gauß-Algorithmus	97
8.6 Bestimmung des Rangs mittels Gauß-Algorithmus	98

9 Eigenwerttheorie und Quadratische Formen	99
9.1 Eigenwerte und Eigenvektoren	99
9.2 Ähnliche Matrizen	103
9.3 Diagonalisierbarkeit	104
9.4 Quadratische Formen	106
9.5 Definitheitseigenschaften	108

Teil III Folgen und Reihen **113**

10 Folgen	115
10.1 Folgenbegriff	115
10.2 Arithmetische und geometrische Folgen	116
10.3 Beschränkte und monotone Folgen	117
10.4 Konvergente und divergente Folgen	119
10.5 Häufungspunkte und Teilfolgen	120
10.6 Cauchy-Folgen	123
10.7 Rechenregeln für konvergente Folgen	124

11 Reihen	127
11.1 Reihenbegriff	127
11.2 Konvergente und divergente Reihen	127
11.3 Arithmetische und geometrische Reihen	129
11.4 Konvergenzkriterien	130
11.5 Rechenregeln für konvergente Reihen	134
11.6 Absolute Konvergenz	136
11.7 Kriterien für absolute Konvergenz	137

Teil IV Reelle Funktionen **141**

12 Eigenschaften reeller Funktionen	143
12.1 Reelle Funktionen	143
12.2 Beschränktheit und Monotonie	143
12.3 Konvexität und Konkavität	146
12.4 Symmetrische und periodische Funktionen	147
12.5 Infimum und Supremum	149
12.6 Minimum und Maximum	150
12.7 c -Stellen und Nullstellen	152
12.8 Grenzwerte von reellen Funktionen	153

13 Spezielle reelle Funktionen	160
13.1 Polynome	160
13.2 Rationale Funktionen	162
13.3 Potenzfunktionen	165

13.4 Exponential- und Logarithmusfunktion	166
13.5 Allgemeine Exponential- und Logarithmusfunktion	168
13.6 Trigonometrische Funktionen	171

14 Stetige Funktionen **175**

14.1 Stetigkeit	175
14.2 Einseitige Stetigkeit	176
14.3 Eigenschaften stetiger Funktionen	178
14.4 Satz vom Minimum und Maximum	179
14.5 Nullstellensatz und Zwischenwertsatz	180

Teil V Differentialrechnung und Integralrechnung in $\mathbb{R}$ **183**

15 Differenzierbare Funktionen **185**

15.1 Tangentenproblem	185
15.2 Differenzierbarkeit	185
15.3 Eigenschaften differenzierbarer Funktionen	188
15.4 Differenzierbarkeit elementarer Funktionen	190
15.5 Ableitungen höherer Ordnung	192
15.6 Mittelwertsatz der Differentialrechnung	194
15.7 Regeln von L'Hôpital	198
15.8 Änderungsraten und Elastizitäten	201

16 Taylor-Polynome und Taylor-Reihen **206**

16.1 Taylor-Polynom	206
16.2 Taylor-Formel	208
16.3 Taylor-Reihe	209

17 Optimierung und Kurvendiskussion in $\mathbb{R}$ **213**

17.1 Optimierung und ökonomisches Prinzip	213
17.2 Notwendige Bedingung für Extrema	213
17.3 Hinreichende Bedingungen für Extrema	215
17.4 Notwendige Bedingung für Wendepunkte	220
17.5 Hinreichende Bedingungen für Wendepunkte	220

18 Riemann-Integral **223**

18.1 Flächenproblem	223
18.2 Riemann-Integrierbarkeit	225
18.3 Eigenschaften von Riemann-Integralen	227
18.4 Ungleichungen	228
18.5 Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	228
18.6 Berechnung von Riemann-Integralen	232
18.7 Flächeninhalt zwischen zwei Graphen	239
18.8 Uneigentliches Riemann-Integral	240

19 Numerische Näherungsverfahren	246	21.3 Totale Differenzierbarkeit	282
19.1 Numerische Lösung von Gleichungen	246	21.4 Partielle Änderungsraten und partielle Elastizitäten	287
19.2 Newton-Verfahren	246		
19.3 Sekantenverfahren und vereinfachtes Newton- Verfahren	250	22 Riemann-Integral im $\mathbb{R}^n$	289
		22.1 Riemann-Integrierbarkeit im $\mathbb{R}^n$	289
Teil VI		22.2 Eigenschaften von mehrfachen Riemann- Integralen	292
Differential- und Integralrechnung im $\mathbb{R}^n$	253	22.3 Satz von Fubini	292
20 Folgen, Reihen und reellwertige Funktionen im $\mathbb{R}^n$	255	23 Nichtlineare Optimierung im $\mathbb{R}^n$	296
20.1 Folgen und Reihen	255	23.1 Optimierung ohne Nebenbedingungen	296
20.2 Topologische Grundbegriffe	258	23.2 Optimierung unter Gleichheitsnebenbedingungen	304
20.3 Reellwertige Funktionen in n Variablen	261	23.3 Optimierung unter Ungleichheitsnebenbedingungen	314
20.4 Spezielle reellwertige Funktionen in n Variablen . .	263	23.4 Optimierung unter Gleichheits- und Ungleichheitsnebenbedingungen	320
20.5 Eigenschaften von reellwertigen Funktionen in n Variablen	267	Literatur	325
20.6 Grenzwerte von reellwertigen Funktionen in n Variablen	269	Quellenverzeichnis der verwendeten Abbildungen	326
20.7 Stetige Funktionen	271	Sachverzeichnis	327
21 Differentialrechnung im $\mathbb{R}^n$	274		
21.1 Partielle Differentiation	274		
21.2 Höhere partielle Ableitungen	278		