
Vorwort

*Frage: Wie viele Monate haben 28 Tage?
Die Antwort des Mathematikers: Alle.*

Die Macht der Mathematik

Die Mathematik ist unser mächtigstes Werkzeug. Sie beherrscht unsere Welt. Wir können mit ihr Menschen zum Mond bringen. Wir berechnen mit ihr, wie viel Insulin ein Diabetiker nehmen sollte. Es ist nur etwas schwer, sie richtig zu verstehen.

Und doch. Und doch ... Und doch werden Menschen, die Mathematik benutzen oder sie mögen, als Fachidioten oder Sonderlinge abgetan.¹ Und doch halten die Meisten Mathematik für nutzlos – schon immer haben Schulkinder gejammert: „Wann werde ich das jemals brauchen?“

Warum sollte jemand den Wunsch verspüren, Mathematiker zu werden? Wie gesagt, ist die Mathematik ein sehr mächtiges Werkzeug. Berufe, in denen Mathematik benutzt wird, sind oft gut bezahlt – und manche Menschen lassen sich von ihr beeindrucken. Wenn man als Mathematiker auf Nichtmathematiker trifft, gibt es verschiedene Reaktionen. Die häufigste ist: „In der Schule habe ich Mathematik immer gehasst. Ich war nie besonders gut darin“, doch nicht selten ist auch: „Sie müssen sehr intelligent sein.“

¹ Fügen Sie hier Ihren eigenen Lieblingsausdruck für diejenigen ein, die intelligent, aber „uncool“ sind.

Das Konzept

Das Ziel dieses Buches ist, die Geheimnisse des mathematischen Denkens zu enthüllen. Während ich meine eigene mathematische Karriere durchlief, gab es immer wieder Gelegenheiten, bei denen ich dachte: „Ich wünschte, das hätte mir jemand früher gesagt.“ Hier ist nun eine Sammlung solcher Ratschläge. Genau genommen hoffe ich, dass es mehr ist als nur eine Sammlung. Ich möchte eine Grundhaltung präsentieren – eine Art zu denken und eine Art, Mathematik zu machen, die funktioniert –, nicht nur eine Sammlung von Methoden (um die es aber auch gehen wird!).

Wenn Sie Studienanfänger sind, dann erfordert die Mathematik wahrscheinlich Lerntechniken, die neu für Sie sind. Allgemeine Lerntechniken, wie sie immer für ein erfolgreiches Studium notwendig sind, werde ich hier allerdings nicht diskutieren – Informationen über Zeitmanagement, das Führen von Aufzeichnungen, das Lernen für Prüfungen und so weiter müssen Sie woanders suchen.

Ich will Ihnen beibringen, wie ein Mathematiker zu denken, und deshalb ist es mein Ziel, Ihnen ein Buch zu bieten, das vollgepackt mit praktischen Ratschlägen und hilfreichen Tipps für das Erlernen von Fähigkeiten ist, die spezifisch auf das mathematische Denken zugeschnitten sind. Einige meiner Hinweise sind sehr raffiniert, andere werden Ihnen nach dem Lesen offensichtlich erscheinen. Wenn man zum Beispiel versucht, eine Gleichung zu beweisen, dann sollte man mit der komplizierteren Seite beginnen und sie so lange vereinfachen, bis man bei der anderen Seite angekommen ist (s. Kapitel 20). Einige Ratschläge erfordern höhere Mathematik und werden deshalb für den Anfänger zu anspruchsvoll sein – machen Sie sich also keine Sorgen, wenn Sie nicht alles auf Anhieb verstehen.

Wie man dieses Buch benutzt

Jeder Teil des Buches hat seinen eigenen Stil, da jeder unterschiedliche Konzepte oder Begriffswelten behandelt. Insgesamt ist eine Menge an Information enthalten, und deshalb ist es hier wie mit den meisten Mathematikbüchern: Sie können sie nicht wie einen Roman in einem Rutsch durchlesen.

Einige gute Ratschläge

Und nun zu einigen guten Ratschlägen, die Sie wahrscheinlich schon einmal gehört haben – es lohnt aber trotzdem sie zu wiederholen.

- *Es hängt von Ihnen ab* – Ihr eigenes Handeln wird voraussichtlich den größten Einfluss auf den Ausgang Ihres Studiums haben. Denken Sie an das alte Sprichwort: Der Lehrer kann die Tür öffnen, aber hindurchgehen müssen Sie selbst.

- *Seien Sie aktiv* – Lesen Sie das Buch. Bearbeiten Sie die Übungsaufgaben.
- *Machen Sie sich Ihre eigenen Gedanken* – Das ist immer ein guter Rat.
- *Stellen Sie alles infrage* – Seien Sie skeptisch gegenüber allen Ergebnissen, die Ihnen präsentiert werden. Akzeptieren Sie etwas erst, wenn Sie ganz sicher sind, dass Sie es glauben.
- *Beobachten Sie* – Die Leistung von Sherlock Holmes beruhte nicht auf seinen Schlussfolgerungen, sondern auf seinen Beobachtungen.
- *Seien Sie auf Fehler vorbereitet* – Wenn Sie Mathematik machen, wird man Sie oft auf Fehler hinweisen. Verzweifeln Sie nicht; Mathematik ist schwer, doch der Lohn ist hoch. Lassen Sie sich davon anspornen.
- *Lernen Sie nicht auswendig, sondern versuchen Sie zu verstehen* – Wenn Sie etwas wirklich verstanden haben, können Sie es sich auch leichter merken.
- *Entwickeln Sie Ihre Intuition* – Aber vertrauen Sie ihr nicht ganz.
- *Arbeiten Sie mit anderen zusammen* – Wenn Sie die Gelegenheit haben, dann tauschen Sie sich mit anderen zum Verständnis der Mathematik aus. Dies ist schließlich kein Wettbewerb. Aber schreiben Sie nicht einfach nur ab!
- *Blicken Sie zurück* – Denken Sie über das nach, was Sie gelernt haben. Fragen Sie sich, wie Sie es noch besser hätten machen können.

An Lehrer und Dozenten – bitte einen Moment Ihrer wertvollen Zeit

Wenn ein Student die Aufgabe bekommt, eine Aussage der Form „aus A folgt B “ zu zeigen, dann, so beschwerte sich einer meiner Kollegen vor Kurzem bei mir, sei seine Beweismethode oft völlig unzureichend. Scherzend sagte er, dass der Student A annehme, ein bisschen damit herumspiele, dann ausnutze, dass B wahr ist, und deshalb die Schlussfolgerung ziehe, dass auch A wahr sein muss. Wie ist es möglich, dass es so vielen Studenten so schwer fällt, einen logischen Gedankengang aufzubauen, der doch schließlich die tragende Säule eines jeden Beweises ist?

Ich wünschte, ich hätte darauf eine Antwort. Dieses Buch ist mein Lösungsansatz. Es ist keine theoretische Grundsatzklärung. Alle enthaltenen Ideen haben sich in Jahren des Unterrichtens bewährt, in denen ich mich bemühte, das mathematische Denken meiner Studenten zu verbessern. Ich hoffe, dass ich einige gute Methoden bereitstellen konnte, um sie auf den Pfad des Verstehens zu führen.

Wenn Sie dieses Buch benutzen wollen, dann schlage ich vor, dass Sie Ihre Lieblingsstellen verwenden oder die Themen auswählen, von denen Sie wissen, dass sie Ihren Studenten schwerfallen. Denn selbst ich glaube nicht, dass die Studenten jeden einzelnen Ratschlag dieses Buches in einem einzigen Kurs verinnerlichen können. Eines der Ziele meines eigenen Unterrichts besteht darin, Enthusiasmus in den Studenten zu wecken. Mathematik sollte begeistern. Wenn die Studenten diese Begeisterung spüren, dann motiviert sie das zum Lernen, und sie werden, wie

im oben zitierten Sprichwort, selbst durch die Tür gehen. Ich will ihnen die Freiheit zu eigenen Erkundungen geben, die Hilfsmittel zum Erklimmen der Berge und einen persönlichen Kompass zur Erforschung ferner mathematischer Länder. Dies zu erreichen, ist allerdings schwer, wie Sie selber wissen, und das Problem besteht oft nicht in einem Mangel an Zeit, Ressourcen, Hilfe von der Universität oder von uns und unseren Kollegen. Ohne eigenes Verschulden liegt es oft an den Studenten selbst. Denn unglücklicherweise sind sie nicht dafür ausgebildet, von sich aus Fragen zu stellen – sondern nur, darauf zu antworten. Sie rechnen damit, dass wir die Fragen stellen und sie die Antworten geben; denn so sind sie erzogen worden. Dieses Buch will ihnen die Fragen an die Hand geben, die sie stellen müssen, damit sie mich nicht mehr brauchen.

Und mein Dank geht an ...

Dieses Buch hat eine recht lange Entstehungsgeschichte, so dass es viele Menschen gibt, denen ich dafür zu danken habe, dass sie mich oder die Auswahl des Inhalts beeinflussten. Ein Teil des Materials erschien in einem Heft desselben Titels, das allen Studienanfängern in Mathematik an der Universität Leeds in die Hand gegeben wurde, so dass über die Jahre viele Studenten und Mitarbeiter ihre Meinung dazu äußern konnten. Das Heft war auch im Internet verfügbar, und Menschen aus der ganzen Welt haben mir ungefragt ihre Meinung dazu geschickt. Mein Dank geht an Ahmed Ali, John Bibby, Garth Dales, Tobias Gläßer, Chris Robson, Sergey Klovov, Katy Mills, Mike Robinson und Rachael Smith sowie an die Studenten der Universitäten Leeds und Warwick, die als erste meinen wilden Theorien und Experimenten ausgesetzt waren (und deren Namen ich vergessen habe). Ein herzlicher Dank auch an David Franco, Margit Messmer, Alan Slomson und Maria Veretennikova, die einen ersten Entwurf gelesen haben, besonders an Margit und Alan, mit denen ich viele fruchtbare Diskussionen hatte. Auch danke ich einem anonymen Gutachter sowie allen Mitarbeitern bei Cambridge University Press, die am Entstehen dieses Buches beteiligt waren, insbesondere Peter Thompson.

Und schließlich möchte ich meiner wunderschönen Frau Carol danken – dafür, dass sie mich ertragen hat, während ich dieses Buch schrieb, und dafür, dass sie mein Leben mit Sonnenschein füllt.

Kevin Houston
Leeds, England
www.kevinhouston.net
[mailto: k.houston@leeds.ac.uk](mailto:k.houston@leeds.ac.uk)