Technische Formelsammlung

Bearbeitet von
Kurt Gieck, Reiner Gieck

33., aktualisierte Auflage 2013. Buch. 696 S. Hardcover
ISBN 978 3 446 43808 8
Format (B x L): 12 x 15,9 cm
Gewicht: 525 g

HANSER

Leseprobe

Kurt Gieck, Reiner Gieck

Technische Formelsammlung

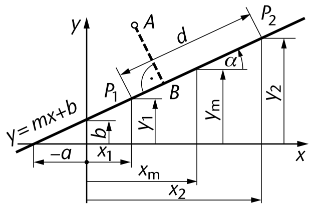
ISBN (Buch): 978-3-446-43808-8

Analytische Geometrie

Gerade, Dreieck

F1

Gerade



Funktion

f1 $y = mx + b$

Steigung

f2 $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$ [1)]

Achsenform für $a \neq 0;\ b \neq 0$

f3 $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} - 1 = 0$

Steigung m_l des Lotes $\overline{AB}$

f4 $m_l = \dfrac{-1}{m}$

2-Punkte-Form aus 2 Punkten $P_1(x_1, y_1)$ und $P_2(x_2, y_2)$

f5 $\dfrac{y - y_1}{x - x_1} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Punktrichtungs-Form aus Punkt $P_1(x_1, y_1)$ und Steigung m

f6 $y - y_1 = m(x - x_1)$

f7 **Entfernung zweier Punkte** $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ [1)]

Mittelpunkt einer Strecke

f8 $x_m = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$; $y_m = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$

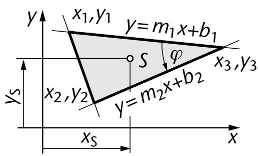
Schnittpunkt zweier Geraden (siehe Abb. Dreieck)

f9 $x_3 = \dfrac{b_2 - b_1}{m_1 - m_2}$; $y_3 = m_1 x_3 + b_1 = m_2 x_3 + b_2$

Schnittwinkel φ zweier Geraden

f10 $\tan\varphi = \dfrac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1}$ [1)] (siehe Abb. Dreieck)

Dreieck



Schwerpunkt S

f11 $x_S = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$

f12 $y_S = \dfrac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$

Flächeninhalt

f13 $A = \dfrac{(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (x_2 y_3 - x_3 y_2) + (x_3 y_1 - x_1 y_3)}{2}$

1) *Voraussetzung*: x und y von gleicher Dimension und maßstabsgleich dargestellt (siehe auch h1).

Analytische Geometrie

Kreis, Parabel

F2

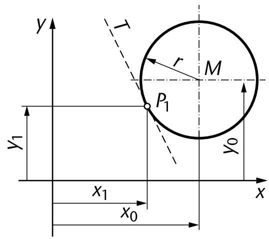
Kreis

Kreis-Gleichung

Mittelpunkt im Ursprung	Mittelpunkt in anderen Lagen
f14 $x^2 + y^2 = r^2$	$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

Grund-Gleichung

f15 $$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$



Radius des Kreises

f16 $$r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 - c}$$

Koordinaten des Mittelpunktes M

f17 $$x_0 = -\frac{a}{2}; \qquad y_0 = -\frac{b}{2}$$

Tangente T durch $P_1(x_1, y_1)$

f18 $$y = \frac{r^2 - (x - x_0)(x_1 - x_0)}{y_1 - y_0} + y_0$$

Parabel

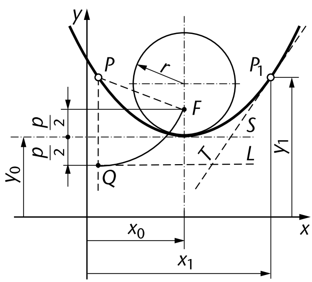
Parabel-Gleichung (Umformung in diese Gleichungsform ermöglicht Entnahme von Scheitellage und Parameter p)

	Scheitel im Ursprung	Scheitel in anderen Lagen	Parabel-Öffnung
f19	$x^2 = 2py$	$(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)$	oben
f20	$x^2 = -2py$	$(x - x_0)^2 = -2p(y - y_0)$	unten

F: Brennpunkt
L: Leitlinie
S: Scheitel-Tangente

Grund-Gleichung

f21 $$y = ax^2 + bx + c$$



Scheitelradius

f22 $$r = p$$

Grundeigenschaft

f23 $$\overline{PF} = \overline{PQ}$$

Tangente T durch $P_1(x_1;\, y_1)$

f24 $$y = \frac{2(y_1 - y_0)(x - x_1)}{x_1 - x_0} + y_1$$

Hyperbel

Hyperbel-Gleichung

	Asymptotenschnittpunkt im Ursprung	Asymptotenschnittpunkt in anderen Lagen
f25	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$	$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - 1 = 0$

Grund-Gleichung

f26 $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$

Grund-Eigenschaft

f27 $\overline{F_2P} - \overline{F_1P} = 2a$

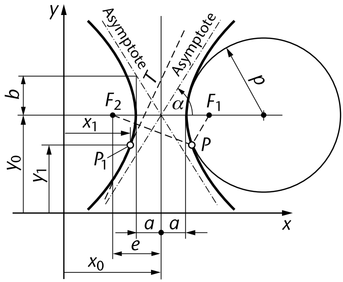
Brennpunkt-Abstand

f28 $e = \sqrt{a^2 + b^2}$ [1]

Steigung der Asymptoten

f29 $\tan\alpha = m = \pm\frac{b}{a}$ [1]

Scheitel-Radius $p = \frac{b^2}{a}$



f30 **Tangente** *T* durch $P_1(x_1, y_1)$ $y = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{(x_1 - x_0)(x - x_1)}{y_1 - y_0} + y_1$

Gleichseitige Hyperbel

Erklärung: Bei gleichseitiger Hyperbel ist $a = b$, daher

Steigung der Asymptoten

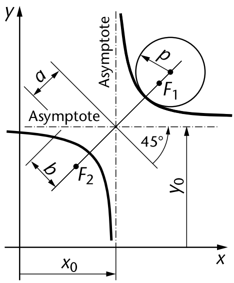
f31 $\tan\alpha$ [1] $= m = \pm 1$ $(\alpha = 45^\circ)$

Gleichung (Wenn Asymptoten parallel zu *x*- und *y*-Achse)

	Asymptotenschnittpunkt im Ursprung	Asymptotenschnittpunkt in anderen Lagen
f32	$x \cdot y = c^2$	$(x - x_0)(y - y_0) = c^2$

Scheitel-Radius

f33 $p = a$ (Parameter)



[1] Voraussetzungen entsprechend Fußnote auf F1

Ellipse

Ellipsen-Gleichung

	Achsenschnittpunkt	
	im Ursprung	in anderen Lagen
f34	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$	$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} - 1 = 0$

Scheitel-Radien

f35 $r_N = \frac{b^2}{a}; \qquad r_H = \frac{a^2}{b}$

Brennpunkt-Abstand

f36 $e = \sqrt{a^2 - b^2}$

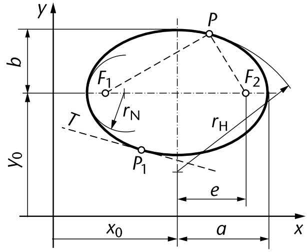
Grund-Eigenschaft

f37 $\overline{F_1P} + \overline{F_2P} = 2a$

Tangente T durch $P_1(x_1;\ y_1)$

f38 $y = -\frac{b_2}{a^2} \cdot \frac{(x_1 - x_0)(x - x_1)}{y_1 - y_0} + y_1$

Anmerkung: F_1 und F_2 sind Brennpunkte.



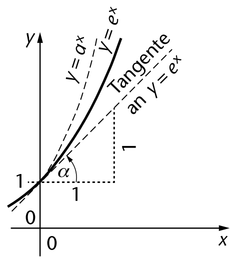
Exponential-Funktion

Grund-Gleichung

f39 $y = a^x$

Hierbei ist a eine positive Konstante $\neq 1$ und x eine Zahl.

Anmerkung: Sämtliche Exponentialkurven gehen durch den Punkt $x = 0$; $y = 1$.



Diejenige dieser Kurven, welche in diesem Punkt die Steigung 45° ($\tan \alpha$[1] $= 1$) hat, gibt abgeleitet dieselbe Kurve. Die Konstante a wird in diesem Falle e (Euler'sche Zahl) genannt und ist die Basis der natürlichen Logarithmen.

$$e = 2{,}718\,281\,828\,459\ \ldots$$

[1] Voraussetzungen entsprechend Fußnote auf F1

HANSER

Leseprobe

Kurt Gieck, Reiner Gieck

Technische Formelsammlung

ISBN (Buch): 978-3-446-43808-8

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-43808-8

sowie im Buchhandel.

Hydraulik

Allgemeine Begriffe – Hydrostatik

N1

Allgemeines

Die Hydraulik behandelt das Verhalten tropfbarer Stoffe, also Flüssigkeiten. Flüssigkeiten sind näherungsweise als inkompressibel zu betrachten, d. h. ihre Dichten ändern sich infolge einer Druckänderung nur vernachlässigbar wenig.

Größen

Druck p siehe O1

Dichte ϱ siehe O1 (Werte siehe Z5)

Dynamische Viskosität η

BE: $\mathrm{Pa\,s} = \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}} = \dfrac{\mathrm{N\,s}}{\mathrm{m^2}} = (10\,\mathrm{P})$

Die dynamische Viskosität ist ein Stoffwert, wofür gilt:

n1 $$\eta = f(p, t)$$

Oft kann die Druckabhängigkeit vernachlässigt werden, dann gilt

n2 $$\eta = f(t) \qquad \text{(Werte siehe Z14)}$$

Kinematische Viskosität ν

BE: $\dfrac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}} = (10^4\,\mathrm{St}) = (10^6\,\mathrm{cSt})$

Die kinematische Viskosität ist das Verhältnis der dynamischen Viskosität η zur Dichte ϱ:

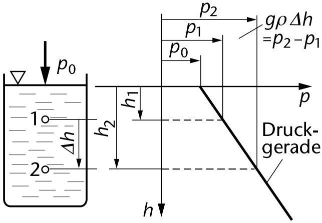
n3 $$\nu = \frac{\eta}{\varrho}$$

Hydrostatik

Druckverteilung in einer Flüssigkeit

n4 $$p_1 = p_0 + g\varrho h_1$$

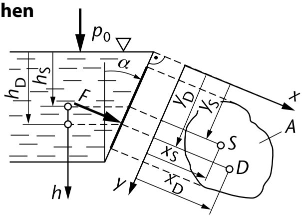
n5 $$p_2 = p_1 + g\varrho(h_2 - h_1) = p_1 + g\varrho\Delta h$$



Fortsetzung siehe N2

Flüssigkeitsdruckkraft auf ebene Flächen

Unter der Flüssigkeitsdruckkraft F wird die Kraft verstanden, die allein die Flüssigkeit – also ohne Berücksichtigung des Druckes p_0 – auf die Wand ausübt.

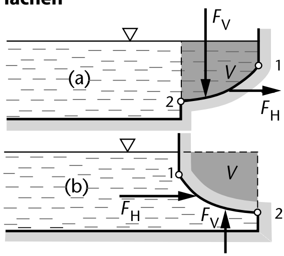


n6 $$F = g\varrho y_S A \cos\alpha = g\varrho h_S A$$

n7 $$y_D = \frac{I_x}{y_S A} = y_S + \frac{I_S}{y_S A}; \qquad x_D = \frac{I_{xy}}{y_S A} \qquad \text{m, mm}$$

Flüssigkeitsdruckkraft auf gekrümmte Flächen

Die Flüssigkeitsdruckkraft auf die gekrümmte Fläche 1, 2 wird in horizontale Komponente F_H und vertikale Komponente F_V zerlegt.



F_V ist gleich der Gewichtskraft der über der Fläche 1, 2 befindlichen (*a*) oder befindlich zu denkenden (*b*) Flüssigkeit mit dem Volumen V. Die Wirkungslinie verläuft durch den Volumenschwerpunkt.

n8 $$|F_V| = g\varrho V \qquad \text{N, kN}$$

F_H ist gleich der Flüssigkeitsdruckkraft auf die Projektion der betrachteten Fläche 1, 2 auf die zu F_H senkrechte Ebene. Berechnung erfolgt nach n6 und n7.

- S Schwerpunkt der Fläche A
- D Druckmittelpunkt = Angriffspunkt der Kraft F
- I_x Trägheitsmoment der Fläche A in Bezug auf Achse x
- I_S Trägheitsmoment der Fläche A in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt parallel zur x-Achse verlaufende Achse (siehe I17 und P10)
- I_{xy} Zentrifugalmoment der Fläche A bezogen auf die x-Achse und y-Achse (siehe I17)

Hydraulik

Hydrostatik

N3

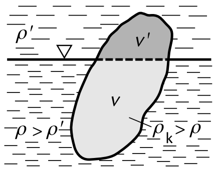
Auftrieb

Die Auftriebskraft F_A ist gleich der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeiten mit den Dichten ϱ und ϱ'.

n9 $F_A = g\varrho V + g\varrho' V'$ N, kN

Handelt es sich bei dem Fluid mit der Dichte ϱ' um ein Gas, dann gilt:

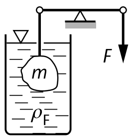
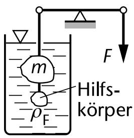
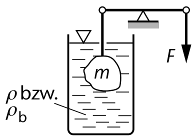
n10 $F_A \approx g\varrho V$ N, kN



Mit ϱ_k Dichte des Körpers gilt:

n11 $\varrho > \varrho_k$ der Körper schwimmt
n12 $\varrho = \varrho_k$ " " schwebt
n13 $\varrho < \varrho_k$ " " sinkt
} in der schwereren Flüssigkeit.

Bestimmung der Dichte ϱ für feste und flüssige Körper

Fester Körper mit größerer Dichte als die benutzte Flüssigkeit	Fester Körper mit kleinerer Dichte als die benutzte Flüssigkeit	Bei Flüssigkeiten zuerst F_1 und m eines beliebigen Körpers in einer Flüssigkeit mit bekannter Dichte ϱ_b bestimmen, dann ist:
n14 $\varrho = \varrho_F \dfrac{1}{1 - \dfrac{F}{mg}}$	n15 $\varrho = \varrho_F \dfrac{1}{1 + \dfrac{F_H - F}{mg}}$	n16 $\varrho = \varrho_b \dfrac{1 - \dfrac{F}{mg}}{1 - \dfrac{F_1}{mg}}$
		

m Masse des in der Flüssigkeit schwebenden Körpers
F aufzubringende Gleichgewichtskraft
F_H im Vorversuch aufzubringende Gleichgewichtskraft, und zwar nur für den Hilfskörper
ϱ_F Dichte der Flüssigkeit, in der die Wägung erfolgt

HANSER

Leseprobe

Kurt Gieck, Reiner Gieck

Technische Formelsammlung

ISBN (Buch): 978-3-446-43808-8

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-43808-8

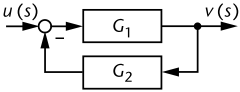
sowie im Buchhandel.

Größen und Funktionen zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Regelkreisen

Kreisübertragungsfunktion G_0

Die Kreisübertragungsfunktion G_0 ist das Produkt der Übertragungsfunktionen aller in Reihenschaltung liegenden Glieder eines Regelkreises oder einer Schleife.

t9 *Beispiel*:



$$G_0 = G_1 \cdot G_2$$

Kreisverstärkung K_0

Die Kreisverstärkung K_0 ist der Wert der Kreisübertragungsfunktion G_0 im Wert null der Laplace-Variablen s. Dieser Begriff ist nur auf Regelkreise und Schleifen **ohne** I-Verhalten anwendbar. Je größer die Kreisverstärkung, um so genauer ist die Regelung.

Regelfaktor R

Der Regelfaktor R ist der Kehrwert der um eins vergrößerten Kreisverstärkung K_0.

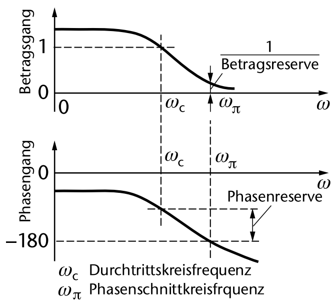
t10 $$R = 1/(1 + K_0)$$

Durchtrittskreisfrequenz ω_c

Die Durchtrittsfrequenz ω_c ist diejenige Kreisfrequenz, bei der der Betragsgang (Amplitudengang) des aufgeschnittenen Regelkreises den Wert Eins annimmt.

Phasenschnittkreisfrequenz ω_π

Die Phasenschnittkreisfrequenz ω_π ist diejenige Kreisfrequenz, bei der der Phasengang des aufgeschnittenen Regelkreises den Wert $-180°$ annimmt.



Darstellung von Betrags-und Phasengang (nicht logarithmisch) eines aufgeschnittenen Regelkreises

Bild 5

Phasenreserve φ_m

Die Phasenreserve φ_m ist die Differenz des Phasengangs des aufgeschnittenen Regelkreises zu $-180°$ bei der Durchtrittskreisfrequenz ω_c. Die im Regelkreis erforderliche Vorzeichenumkehr bleibt unberücksichtigt.

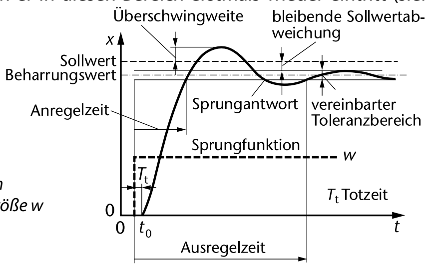
Betragsreserve G_m

Die Betragsreserve G_m ist der reziproke Wert des Betragsgangs (Amplitudengangs) des aufgeschnittenen Regelkreises bei der Phasenschnittkreisfrequenz ω_π.

Anregelzeit T_{cr}

Die Anregelzeit T_{cr} ist die Zeitspanne, die beginnt, wenn der Wert der Regelgröße x nach einem Sprung der Führungsgröße w oder einer Störgröße z einen vorgegebenen Toleranzbereich der Regelgröße verlässt, und die endet, wenn er in diesen Bereich erstmals wieder eintritt (siehe Bilder 6 + 7).

Bild 6



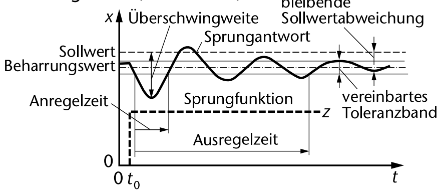
Zeitliche Änderung der Regelgröße nach einem Sprung der Führungsgröße w

Beim Sprung der Führungsgröße verlagert sich der Toleranzbereich der Regelgröße sprungartig.

Überschwingweite x_m **der Regelgröße**

Die Überschwingweite x_m der Regelgröße x ist die größte vorübergehende Sollwertabweichung während des Übergangs von einem Beharrungszustand in einen neuen nach einer sprungförmigen Änderung der Führungsgröße w oder einer Störgröße z (siehe Bild 7).

Bild 7



Zeitliche Änderung der Regelgröße nach einem Sprung der Störgröße z

Ausregelzeit T_{cs}

Die Ausregelzeit T_{cs} ist die Zeitspanne, die beginnt, wenn der Wert der Regelgröße x nach einem Sprung der Führungsgröße w oder einer Störgröße z einen vorgegebenen Toleranzbereich der Regelgröße verlässt, und die endet, wenn er in diesen Bereich zum dauernden Verbleib wieder eintritt (siehe Bilder 6 + 7).

Regelungstechnik

Regeln

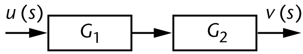
T10

Regeln zur Ermittlung der Übertragungsfunktion für den gesamten Regelkreis

Die Gesamtübertragungsfunktion wird aus den Übertragungsfunktionen der einzelnen Übertragungsglieder gebildet.

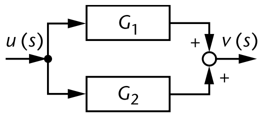
Serienschaltung

t11 $G = G_1 \cdot G_2$



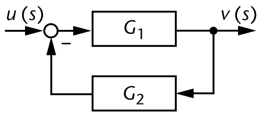
Parallelschaltung

t12 $G = G_1 + G_2$



Rückführungsregel

t13 $G = \dfrac{G_1}{1 + G_1 \cdot G_2}$



Bemerkungen zur Rückführungsregel:

Im Nenner von G steht das dem Vorzeichen an der Additionsstelle im Wirkungsplan entgegengesetzte Vorzeichen.

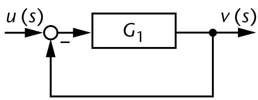
Bei "+"-Vorzeichen der Rückführung an der Additionsstelle spricht man von Mitkopplung.

Bei "−"-Vorzeichen der Rückführung an der Additionsstelle spricht man von Gegenkopplung.

Enthalten G_1 und/oder G_2 auch Vorzeichenumkehrungen, liegt eine Gegenkopplung (Mitkopplung) vor, wenn die Anzahl der Vorzeichenumkehrungen in der gesamten Schleife ungerade (gerade) ist.

Sonderfall: $G_2 = 1$ (direkte Rückführung).

t14 $G = \dfrac{G_1}{1 + G_1}$



Erweiterte Rückführungsregel

Liegen zwischen den Verzweigungsstellen eines Wirkungsplans keine Additionsstellen, so lässt sich die Übertragungsfunktion G_{ges} für das gesamte System mit folgender Formel sehr einfach bestimmen:

t15 $$G_{ges} = \frac{v(s)}{u(s)} = \frac{G_{Vges}}{1 + \sum\limits_{i=1}^{n} G_{0i}} \quad \text{mit} \quad G_{Vges} = \prod_{k=1}^{m} G_{Vk}$$

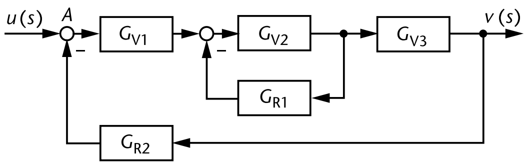
G_{0i} bedeutet dabei die Kreisübertragungsfunktion der einzelnen Regelkreise oder Schleifen im vorliegenden Wirkungsplan; dabei gehen G_{0i} von Mitkopplungsschleifen mit **negativem** Vorzeichen in die Summe im Nenner von G_{ges} ein.

t16 $$G_{Vges} = \prod_{k=1}^{m} G_{Vk}$$

ist das Produkt aller Übertragungsfunktionen der Übertragungsglieder, die **im Vorwärtsweg** liegen.

Überschneidungen von Wirkungslinien sind für die Anwendung der erweiterten Rückführungsregel unschädlich.

Beispiel:



t17 $$G_{ges} = \frac{v(s)}{u(s)} = \frac{G_{V1} \cdot G_{V2} \cdot G_{V3}}{1 + G_{V2} \cdot G_{R1} + G_{V1} \cdot G_{V2} \cdot G_{V3} \cdot G_{R2}}$$

Bestimmung der Übertragungsfunktion nach der Rückbenennungs-Methode

Bei dieser wird – beginnend mit $v(s)$ am Ausgang – der Wirkungsplan in Richtung Eingangsgröße bzw. zur Bezugs-Additionsstelle A durchlaufen und die Laplace-Transformierte der jeweiligen Zeitfunktion vor und hinter den einzelnen Übertragungsgliedern ermittelt und markiert eingetragen. An der Bezugs-Additionsstelle A kann dann aus den dort bekannten Laplace-Transformierten G_{ges} berechnet werden.