Optik

Grundlagen und Anwendungen

Bearbeitet von
Dietrich Kühlke

1. Auflage 2011. Taschenbuch. 407 S. Paperback
ISBN 978 3 8085 5616 0
Gewicht: 640 g

Weitere Fachgebiete > Physik, Astronomie > Elektrodynakmik, Optik > Optik

schnell und portofrei erhältlich bei

beck-shop.de
DIE FACHBUCHHANDLUNG

Die Online-Fachbuchhandlung beck-shop.de ist spezialisiert auf Fachbücher, insbesondere Recht, Steuern und Wirtschaft. Im Sortiment finden Sie alle Medien (Bücher, Zeitschriften, CDs, eBooks, etc.) aller Verlage. Ergänzt wird das Programm durch Services wie Neuerscheinungsdienst oder Zusammenstellungen von Büchern zu Sonderpreisen. Der Shop führt mehr als 8 Millionen Produkte.

Leserkontakt
Autoren und Verlag Europa-Lehrmittel
Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Str. 23
42781 Haan-Gruiten
lektorat@europa-lehrmittel.de
http://www.europa-lehrmittel.de

ISBN: 978-3-8085-5616-0 (Buch)
ISBN: 978-3-8085-5831-7 (E-Book)

Der Titel erscheint in der Edition Harri Deutsch des Verlages Europa-Lehrmittel.

D. Kühlke

Optik

Grundlagen und Anwendungen

Mit Abbildungen, Tabellen, Beispielen
und Aufgaben mit Lösungen

Verlag
Harri
Deutsch

Prof. Dr. Dietrich Kühlke lehrt an der Hochschule Furtwangen (Schwarzwald), Hochschule für Informatik, Technik, Wirtschaft und Medien, an der Fakultät Computer & Electrical Engineering und ist verantwortlich für den Schwerpunkt Laser- und Optoelektronik.

Anregungen zu Veränderungen und Ergänzungen richten Sie bitte an:

Verlag Harri Deutsch
Gräfstraße 47
D-60486 Frankfurt am Main
E-Mail: verlag@harri-deutsch.de
http://www.harri-deutsch.de

Bibliographische Information Der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-8171-1878-6

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.
Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches – oder von Teilen daraus –, sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet werden. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.
Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autor und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

3., überarbeitete und erweiterte Auflage 2011
© Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, Frankfurt am Main, 2011
Druck: fgb • freiburger graphische betriebe <www.fgb.de>
Printed in Germany

Vorwort

Die Optik hat sowohl in der Forschung als auch in der Technik in den letzten Jahren erhebliche Bedeutung gewonnen. Mehr denn je verzweigen sich die Anwendungen der Optik weit in Bereiche der Chemie, Biologie, Medizin und Technik. Einige Beispiele mögen die vielgestaltigen Anwendungsbereiche aufzeigen. Das klassische Gebiet der Abbildungsoptik hat durch die rasante Entwicklung der Computertechnik und durch neue Herstellungsverfahren von abbildenden Bauelemente (z. B. asphärische Oberflächen durch Spritzgusstechnik, Linsenzeilen und -matrizen) neue Impulse bekommen. Die Verbindung von Optik und Elektronik führte zur Weiterentwicklung optischer Messverfahren (Lasermesstechnik, optische Fasersensoren) und des in den letzen Jahren rasant wachsenden Gebiets der optischen Nachrichtenübertragung. Der Laser als Strahlungsquelle zeitigte neue Verfahren, beispielsweise in der Materialbearbeitung und in der Medizintechnik.

So vielgestaltig die Anwendungsbereiche der Optik sind, so differenziert sind auch die Anforderungen an die Ausbildung der Optik. Während in der ingenieurwissenschaftlichen Ausbildung Kenntnisse gefordert sind, die sich an technischen Anwendungen orientieren, haben z. B. in der Physikausbildung Prinzipien der physikalischen Optik ein größeres Gewicht. Um diesen differenzierten Anforderungen entgegenzukommen, ist das vorliegende Buch in zwei Ebenen gegliedert.

In der ersten, der Basisebene, werden anwendungsorientierte Grundlagenkenntnisse dargestellt, die von den Bereichen der klassischen Optik (Abbildung, optische Bauelemente, Fotometrie und Lichtquellen) über die Optik mit Laserstrahlen (Gaußsche Strahlen) bis hin zu Lichtleitfasern reichen. Dabei wird auch in den sogenannten klassischen Gebieten immer wieder Bezug auf aktuelle Anwendungen genommen, wie z. B die Darstellung der Gradientenindexlinsen für die Fasertechnik im Kapitel „Optische Elemente“ oder des Lasers im Kapitel „Lichtquellen“. In dieser Ebene wurde eine anschauliche Darstellung gewählt, die auf langwierige Ableitungen verzichtet. Großer Wert wurde auf Verständlichkeit des Stoffes und anwendungsorientierten Folgerungen aus den Grundgleichungen gelegt. Die Zielstellung ist es, sichere Grundlagenkenntnisse über die Prinzipien der Optik und optischer Komponenten zu vermitteln, die sowohl auf die praktische Tätigkeit abgestimmt sind als auch den Leser befähigen sollen, sich effizient in spezielle bzw. neue Bereiche des sich schnell entwickelnden Gebiets der Optik einzuarbeiten. Zahlreiche Übungsbeispiele ermöglichen dem Leser, das Verständnis des Stoffes zu überprüfen.

In der zweiten Ebene, der Vertiefungs- und Ergänzungsebene (abgesetzt durch eine kleinere Schrift), werden zu den Themen der Basisebene Ergänzungen und Vertiefungen dargestellt. Für ausgewählte Themen werden der physikalische Hintergrund und anhand einfacher Beispiele Methoden der physikalischen Optik aufgezeigt. Je nach Interessenlage kann der Leser auf diese Ebene verzichten, ohne dass die Verständlichkeit des in der Basisebene dargestellten Stoffes leidet. Ein Beispiel soll dieses Vorgehen verdeutlichen. Im Kapitel „Gaußsche Strahlen“ werden in der Basisebene die Eigenschaften von Laserstrahlen dargestellt und besprochen, wie diese gezielt durch abbildende Elemente beeinflusst werden können. Das Ergebnis sind Relationen, die direkt für die Konzeption optischer Aufbauten mit Laserstrahlen verwendet werden können. Als Vertiefung dazu wird mit Hilfe des aus dem Huygens-Fresnelschen Prinzip herrührenden Beugungsintegrals gezeigt, wie sich die Eigenschaften Gaußscher Strahlen aus der beugungsbedingten Ausbreitung von Wellen ergeben. Der interessierte Leser hat damit die Möglichkeit, den physikalischen Hintergrund und anhand dieses Beispiels ein typisches Vorgehen in der physikalischen Optik kennenzulernen.

An einer Stelle wurde von diesem Vorgehen abgewichen. In dem Abschnitt „Filter auf der Basis von Interferenzen“ wurde der Beschreibung spezieller Filtertypen aufgrund seiner Wichtigkeit ein Abschnitt vorangestellt, der die Matrixmethode zur Behandlung von Vielfachinterferenzen an Dünnschichtsystemen darstellt. Aber auch hier ist der didaktische Aufbau so, dass der Leser, der sich nur für die Eigenschaften der Filter interessiert, diesen Abschnitt übergehen kann, ohne dass die Verständlichkeit des folgenden Stoffes leidet.

Als Voraussetzungen zum Durcharbeiten der Basisebene genügen normale mathematische Kenntnisse ohne höhere Mathematik. Einige physikalische Grundkenntnisse sind nützlich, wobei wesentliche physikalische Grundlagen im ersten Kapitel zusammengestellt sind.

Auch in der Optik erfordert ein tieferes Verständnis aktives Arbeiten und Üben. Um dieses zu unterstützen, wurden zahlreiche Übungsaufgaben mit ausführlich durchgerechneten Lösungen integriert.

Furtwangen, im Frühjahr 2007 *D. Kühlke*

Vorwort zur 3. ergänzten Auflage

Das Erscheinen der dritten Auflage habe ich zum Anlass genommen, einige der vielen Anregungen der Rezensenten aufzunehmen. Alle konnten nicht berücksichtigt werden, das hätte den Rahmen dieses Buches gesprengt. Dabei ist die bewährte Strukturierung des Buches in eine „Basisebene" mit anwendungsorientierten Grundlagenkenntnissen und eine „Vertiefungs- und Ergänzungsebene" konsequent beibehalten worden. So wurde das Kapitel „Optische Abbildung" um wellentheoretische Aspekte der Abbildung vertieft. Im Zusammenhang damit wurden grundlegende Begriffe wie Punktbildfunktion, optische Übertragungsfunktion sowie Modulationsübertragungsfunktion auf eine mehr quantitative Basis gestellt. Da in den letzten Jahren optische Bragg-Gitter eine wachsende Bedeutung in den verschiedensten Anwendungsbereichen wie in der Messtechnik, Lasertechnik und optischen Kommunikation gefunden haben, kam zu dem Kapitel „Filternde Elemente" dazu ein Abschnitt mit einigen Anwendungsaspekten hinzu. Hier bot sich an, in der Vertiefung zu diesem Abschnitt anhand des Bragg-Gitters eine Einführung in die Beschreibung von gekoppelten Wellen zu geben, die in den verschiedensten Bereichen der Optik ein wichtige Rolle spielen. Das Kapitel „Optische Wellenleiter" wurde um einen Abschnitt „Optische Datenübertragung" ergänzt, in dem wichtige Grundbegriffe beschrieben und als Anwendungsbeispiel für optische Bragg-Gitter ein Bragg-Gitter basierter OADM (optical add - drop multiplexerer) diskutiert wurden. Für die Beschreibung des Zusammenwirkens von mehreren optischen Elementen ist in vielen Fällen der Matrixformalismus hilfreich. Daher wurde für die Behandlung der Wirkung von mehreren Polarisationselementen auf vollständig polarisiertes Licht im Kapitel „Polarisationsoptik" ein Abschnitt zum Jones- Formalismus hinzugenommen.

Auch in der vorliegenden Auflage wurden wieder Fehler beseitigt und, wo nötig, kleinere Änderungen vorgenommen, zum großen Teil durch die Mitarbeit der Rezensenten und vieler kritischer Leser. Dafür und für die vielen Anregungen zu dem Buch möchte ich an dieser Stelle allen Beteiligten herzlich danken.

Furtwangen, im Frühjahr 2011 *Dietrich Kühlke*

Inhaltsverzeichnis

1. Physikalische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen in knappen Zügen wichtige physikalische Eigenschaften des Lichtes und der Lichtausbreitung zusammengestellt werden, soweit sie für das Verständnis der in diesem Buch dargestellten Zusammenhänge wichtig sind. Für eine ausführliche Darstellung der physikalischen Grundlagen sei auf einschlägige Lehrbücher der Physik verwiesen. Als Beispiele sind [1] und [2] angeführt.

1.1 Einführung

Optik im historischen Sinn ist die Lehre vom Licht und befasste sich zunächst mit den Erscheinungen, die durch unser Sinnesorgan Auge wahrgenommen werden können, wobei eine wesentliche Fragestellung die Natur des Lichtes selbst betraf. Die Vorstellungen über die Natur des Lichts waren im Laufe der Geschichte bestimmt durch zwei gegensätzliche Auffassungen. Nach der Korpuskulartheorie besteht Licht aus einem Strom kleiner Teilchen, die sich mit großer Geschwindigkeit geradlinig fortbewegen. Der prominenteste Vertreter der Korpuskulartheorie war Isaak Newton (1642 - 1727). Er nahm an, dass bei Brechung und Reflexion auf die Lichtteilchen Kräfte wirken, die senkrecht zur Übergangsfläche stehen. Auch die Beugung des Lichts an Öffnungen führte er auf anziehende Kräfte zurück, die von den Kanten der beugenden Öffnungen ausgingen.

Obwohl man bereits zu dieser Zeit darüber diskutierte, inwieweit das Wellenbild dazu geeignet sei, die Natur des Lichts zu beschreiben, war der Einfluss Newtons so dominierend, dass der Durchbruch des Wellenmodells fast ein Jahrhundert auf sich warten ließ. Christian Huygens (1629 - 1695) entwickelte das erste semiquantitative Wellenmodell des Lichts, mit dem die Ausbreitung und speziell die Beugung des Lichts an Öffnungen und Kanten erklärt werden konnte. Thomas Young (1773 - 1829) erweiterte das Huygenssche Wellenmodell durch das sogenannte Interferenzprinzip. Damit konnte er schon lange vorher beobachtete Interferenzerscheinungen wie die Newtonschen Ringe als Überlagerung von Lichtwellen erklären. Augustin Jean Fresnel (1788 - 1827) stellte die Wellentheorie auf eine mathematische Grundlage, was den endgültigen Durchbruch des Wellenmodells bedeutete.

Die Natur der Lichtwellen als elektromagnetische Transversalwellen wurde von James Clerk Maxwell (1831 - 1879) erkannt. Seine von ihm aufgestellten Gleichungen zur Beschreibung von elektrischen und magnetischen Feldern, die sogenannten Maxwellschen Gleichungen, haben u.a. als Lösungen elektromagnetische Wellen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Die Gesetze der Optik konnten aus diesen Gleichungen hergeleitet werden, so dass die Optik zu einem Teilgebiet der Elektrodynamik wurde.

All den frühen Wellenmodellen lag die Annahme zugrunde, dass die Ausbreitung der Lichtwellen an ein Medium gebunden ist. Daher postulierte man eine, den ganzen Raum durchdringende Substanz, den Lichtäther. Interferometrische Messungen der Lichtgeschwindigkeit, die von Albert Abraham Michelson (1852 - 1931) zusammen mit Edward Williams Morley (1838 - 1923) mit einem eigens dafür konstruierten Gerät, dem sogenannten Michelson-Interferometer, durchgeführt wurden, führten schließlich zur Aufgabe dieser Ätherhypothese.

Wie sieht nun die moderne Vorstellung über die Natur des Lichts aus? Aus heutiger Sicht muss man sagen, dass beide Richtungen eine gewisse Berechtigung hatten. Nachdem die Wellennatur des Lichts allgemein anerkannt war, wurden um die Wende zum 20. Jahrhundert Experimente bekannt, die mit der Wellentheorie des Lichts nicht interpretiert werden konnten. Diese Widersprüche zur Wellennatur traten bei Experimenten auf, in denen die Wechselwirkung zwischen Licht und Materie untersucht wurde. Als Ausweg schlug Albert Einstein (1879 -1955) im Jahre 1905 eine neue Form der Korpuskulartheorie vor. Danach besteht Licht aus einem Strom von einzelnen Energie- bzw. Lichtquanten, die sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen und deren Energie proportional zur Lichtfrequenz ist. Die Folge davon war die unbefriedigende Situation, dass je nach Experiment Licht entweder als Teilchenstrom oder als Welle interpretiert werden musste (Welle-Teilchen-Dualismus). Erst der modernen Quantentheorie gelang es, mit ihrer Wahrscheinlichkeitsinterpretation beide Aspekte zu vereinigen.

1.2 Elektromagnetisches Spektrum

Das elektromagnetische Spektrum erstreckt sich von den Funkwellen bis zur Gammastrahlung. Es ist wichtig, sich zu verdeutlichen, dass die aus den unterschiedlichen Gebieten bekannten Strahlungsformen die gleiche physikalische Natur haben, nämlich Wellenerscheinungen des elektrischen und magnetischen Feldes sind, und daher den gleichen physikalischen Gesetzmäßigkeiten unterliegen. Der Unterschied liegt ausschließlich in der jeweiligen Wellenlänge bzw. Frequenz. Die Einteilung erfolgt nach den praktischen Anwendungsgebieten. Bild 1.1 zeigt die Einordnung des sichtbaren Lichts in das Gesamtspektrum der elektromagnetischen Strahlung. Das menschliche Auge ist nur für den Bereich von 380 nm bis 780 nm empfindlich. Die meisten modernen Anwendungen der Optik sind nicht mehr an die sichtbare Strahlung ge-

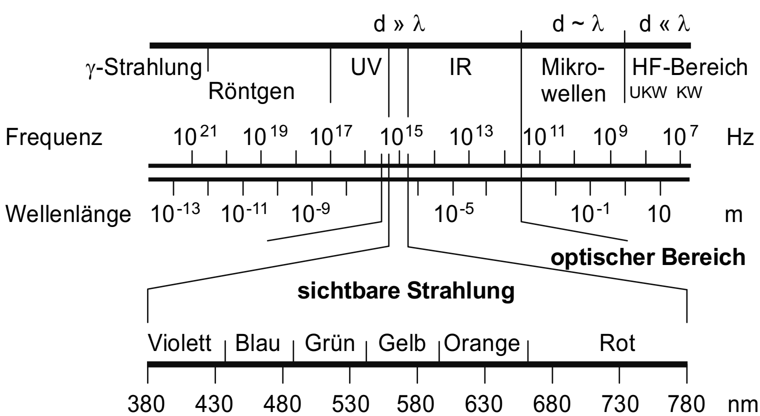

Bild 1.1 Frequenz- und Wellenlängenbereiche der elektromagnetischen Strahlung

bunden sind, sondern umfassen sowohl den benachbarten ultravioletten Bereich (UV, 100 nm bis 380 nm) als auch den infraroten Bereich (IR, 780 nm bis 1 mm). Daher hat man den optischen Bereich des elektromagnetischen Spektrums auf den Wellenbereich von 100 nm bis 1 mm festgelegt.

Ein wichtiger Aspekt sind die Größenverhältnisse von Wellenlänge λ der jeweiligen Strahlung und typischen Geometrieabmessungen d von Elementen und Hindernissen im Übertragungsweg, die im Bild 1.1 ebenfalls dargestellt sind. Haben beispielsweise die Geometrieabmessungen die gleiche Größenordnung wie die Wellenlänge, wird die Ausbreitung der Strahlung wesentlich durch Beugung der Wellen an den Elementen bzw. Hindernissen bestimmt (vgl. Abschnitt 1.6).

Jedem ist sicher bekannt, dass ein UKW- bzw. Fernsehsender im Schattenbereich eines Berges kaum zu empfangen ist. Der Empfang eines Langwellensenders hingegen ist problemlos, obwohl elektromagnetische Wellen sich im freien Raum immer geradlinig ausbreiten. Ein Blick auf die zugehörigen Wellenlängen erklärt dies. Die Wellenlänge der Langwellen liegt im km-Bereich und damit in der Größenordnung der Ausmaße des Berges. Durch Beugung der Wellen an dem Berg gelangen diese in seinen Schattenbereich und können empfangen werden. Die Wellenlänge der UKW- bzw. Fernsehwellen liegt im Bereich von cm bis zu wenigen m und ist klein im Vergleich zu den Bergabmessungen, so dass die Beugung der Wellen hier keine wesentliche Rolle spielt.

Im optischen Bereich ist die Abmessung der meisten Übertragungselemente (Linsen, Prismen u.a.) groß im Vergleich zur Wellenlänge, so dass die Beugung der Lichtwellen vernachlässigt werden kann. In diesem Fall nähert man die Lichtwellen durch sich geradlinig ausbreitende Strahlen und gelangt damit in das Gebiet der geometrischen Optik. Liegen dagegen die Ausmaße der optischen Elemente in der Größenordnung der Wellenlänge, wie dies beispielsweise bei Lichtwellenleitern der Fall ist, die in der optischen Nachrichtentechnik eingesetzt werden, beeinflusst der Wellencharakter ganz wesentlich die Ausbreitung des Lichts.

1.3 Ausbreitung und Energietransport von elektromagnetischen Wellen

Wie wir gesehen haben, besteht Licht aus elektromagnetischen Wellen in einem bestimmten Wellenlängenbereich. Allgemein kann man Wellen charakterisieren als sich räumlich ausbreitende Änderungen der entsprechenden physikalischen Größe. Bei Schallwellen sind dies Schwankungen des Drucks bzw. der Dichte, die sich in einem Medium, beispielsweise in der Luft, fortpflanzen. In den meisten Fällen denkt man dabei an periodische Änderungen also sich ausbreitende Schwingungen, die auch im Folgenden betrachtet werden. Entsprechend ist eine elektromagnetische Welle eine sich ausbreitende Schwingung des elektrischen und magnetischen Felds. Im Unterschied zu Schallwellen breiten sich elektromagnetische Wellen nicht nur in Medien, sondern auch im Vakuum aus. (Nur deshalb gelangt z. B. die Strahlung der Sonne auf die Erde.)

(1) Eigenschaften elektromagnetischer Wellen

Man veranschaulicht sich Wellen gern durch die sogenannten **Phasenflächen**, auch als **Wellenflächen** oder **Wellenfronten** bezeichnet. Diese entstehen, wenn man zu einem Zeitpunkt alle Raumpunkte verbindet, in denen die Welle die gleiche Phase hat. Bei einer Schallwelle bilden z. B. die Punkte maximalen Drucks die Phasen- oder Wellenflächen. Entsprechend der Gestalt solcher Phasenflächen unterscheidet man verschiedene Wellenformen. Die Wellenflächen **ebener Wellen** sind Ebenen im Raum, während sie bei **Kugelwellen** die Form einer Kugeloberfläche haben. Beide Beispiele sind idealisierte Grenzfälle, die aber gern für die Beschreibung von Wellenerscheinungen benutzt werden.

Eine Welle als zeitlich und räumlich periodischer Vorgang wird durch die Größen **Schwingungsdauer** T (Periodendauer) und **Wellenlänge** λ (Periodenlänge der Welle) charakterisiert. Der Kehrwert der Schwingungsdauer $f = 1/T$, der die Zahl der Schwingungen pro Zeiteinheit angibt, ist die **Frequenz**. Häufig wird die **Kreisfrequenz** $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ und die **Wellenzahl** $k = 2\pi/\lambda$ verwendet. Die Geschwindigkeit, mit der sich die Wellenflächen im Raum fortbewegen, ist die **Phasengeschwindigkeit** einer Welle. Sie wird bei elektromagnetischen Wellen als **Lichtgeschwindigkeit** bezeichnet. Speziell die **Vakuumlichtgeschwindigkeit** $c_o = 2{,}998 \cdot 10^8$ m/s ist eine Naturkonstante, und es gilt:

$$c_o = \frac{1}{\sqrt{\mu_o \varepsilon_o}} \tag{1.1}$$

$\varepsilon_o = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C^2/(Nm^2)}$ ist die elektrische Feldkonstante und $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(Am) die magnetische Feldkonstante. Die Lichtgeschwindigkeit c in einem Medium hängt von dessen Eigenschaften ab. In Medien, die im optischen Bereich nur schwach absorbieren, ist die Lichtgeschwindigkeit durch die relative Dielektrizitätszahl ε_r (auch Permittivitätszahl oder relative Permittivität genannt) und die relative Permeabilität μ_r des Mediums bestimmt:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o \varepsilon_r \mu_o \mu_r}} = \frac{c_o}{n} \tag{1.2}$$

Die meisten optischen Medien sind unmagnetisch, so dass näherungsweise $\mu_r \simeq 1$ gilt. $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \approx \sqrt{\varepsilon_r}$ ist die **Brechzahl** des Mediums.

- Die Brechzahl eines Mediums gibt das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten des Lichts im Vakuum und im Medium an.

In diesem Zusammenhang wird häufig der Begriff der **optischen Weglänge** nd benutzt. Dabei wird der vom Licht in einem Medium zurückgelegte geometrische Weg d auf die Vakuumlichtgeschwindigkeit bezogen: Legt Licht in einer bestimmten Zeit in einem Medium mit der Brechzahl n die Strecke d zurück, so ist nd der in der gleichen Zeit im Vakuum zurückgelegte Weg.

Eine grundlegende Beziehung, die für alle Wellenformen gilt, ist der Zusammenhang zwischen Frequenz, Wellenlänge und Phasengeschwindigkeit:

$$\boxed{f = \frac{c}{\lambda} \quad \text{bzw.} \quad c = \frac{\omega}{k}} \tag{1.3}$$

Eine weitere wichtige Eigenschaft der elektromagnetischen Wellen ist, dass sie **transversal** sind. Die Schwingungsrichtungen des elektrischen und magnetischen Felds stehen senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung. Zudem stehen elektrisches und magnetisches Feld senkrecht aufeinander. Bild 1.2 illustriert die Verhältnisse. Die Richtung, in welche die elektrische Feldstärke der Welle zeigt, bezeichnet man als **Schwingungsebene**, die Richtung der magnetischen Feldstärke als **Polarisationsebene** der Welle.

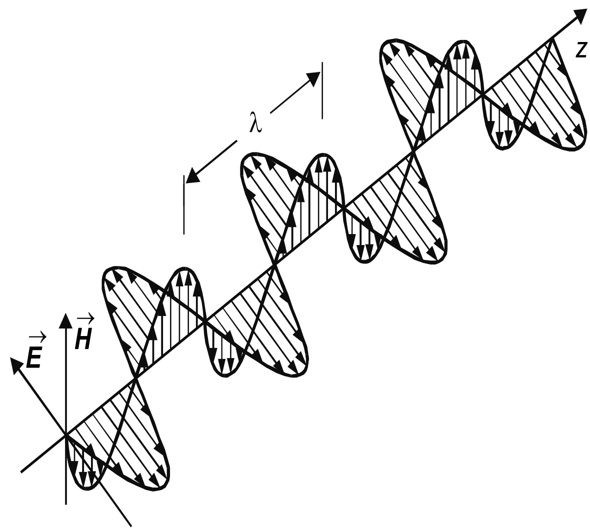

Bild 1.2 Elektrische und magnetische Feldvektoren stehen senkrecht aufeinander und auf der Ausbreitungsrichtung

(2) Harmonische Wellen

Für die quantitative Beschreibung beschränken wir uns auf ebene Wellen und Kugelwellen. Das elektrische und magnetische Feld einer ebenen, harmonischen Welle, die sich in z-Richtung ausbreitet, hat folgendes Aussehen:

$$\begin{aligned} \vec{E}(z,t) &= \vec{E}_m \cos(\omega t - kz + \varphi_o) \\ \vec{H}(z,t) &= \vec{H}_m \cos(\omega t - kz + \varphi_o) \end{aligned} \tag{1.4}$$

E_m, H_m sind die Amplituden des elektrischen und magnetischen Felds (stehen senkrecht auf der z-Achse), $\omega = 2\pi f$, $k = 2\pi/\lambda$ und φ_o die Anfangsphase der Welle. Die Größe

$$\varphi(z, t) = \omega t - kz + \varphi_o \tag{1.5}$$

ist die **Phase** der Welle. Daran wird der Begriff der Phasen- bzw. Wellenfläche deutlich. Die Lage aller Punkte, die zu einem Zeitpunkt t_o die gleiche Phase $\varphi(t_o, z) =$ konst. haben, ist durch die Bedingung $kz =$ konst. bestimmt. Das ist gerade die Gleichung für eine Schar von Ebenen, die senkrecht auf der z-Achse stehen.

Um die Wellenausbreitung in eine beliebige Richtung zu beschreiben, ordnet man der Wellenzahl einen Vektor $\vec{k}$ zu, dessen Richtung die Ausbreitungsrichtung und dessen Betrag $k = 2\pi/\lambda$ ist. Gibt man den Raumpunkt, in dem die Phase betrachtet wird, durch seinen Ortsvektor $\vec{r}$ an, ergibt sich als Verallgemeinerung die Phase einer ebenen Welle

$$\varphi(\vec{r}, t) = \omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_o \tag{1.6}$$

Die Wellenflächen, die durch $\vec{k}\vec{r} =$ konst. festgelegt sind, sind Ebenen, die senkrecht auf dem Wellenzahlvektor $\vec{k}$ stehen.

Für das elektrische Feld einer harmonischen Kugelwelle im Abstand r von ihrer Quelle gilt:

$$\vec{E}(r,t) = \frac{\vec{A}_K}{r}\cos(\omega t - kr + \varphi_o) \tag{1.7}$$

Hier sind die Wellenflächen durch kr = konst. bestimmt und bilden Kugelflächen mit dem Radius r. Der Betrag der Amplitude der Kugelwelle, $E_{Km}(r) = A_K/r$, nimmt mit wachsendem Abstand r vom Wellenzentrum ab. Die Ursache ist, dass die von der Welle transportierte Energie, die proportional zum Amplitudenquadrat ist (vgl. unten), sich auf eine Kugelfläche verteilt, die mit r^2 wächst.

Die Zeitabhängigkeit der durch Gln.1.4 und 1.7 beschriebenen Wellen ist durch eine einzige Frequenz ω bestimmt. Sie beschreiben daher **monochromatisches** („einfarbiges") Licht.

Zur Vereinfachung der Rechnungen mit Wellenausdrücken wie Gln 1.4 und 1.7 speziell bei Überlagerung von Wellen wählt man häufig statt der trigonometrischen Funktionen Sinus bzw. Kosinus die komplexe Exponentialdarstellung. Das elektrische Feld einer ebenen Welle (Gl. 1.4) und einer Kugelwelle (Gl. 1.7) haben in dieser Schreibweise die Form

$$\vec{E}_c(z,t) = \vec{E}_{cm}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kz)} \qquad \vec{E}_c(r,t) = \frac{A_c}{r}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kr)} \tag{1.8}$$

Die komplexen Amplituden enthalten die Anfangsphase φ_o

$$\vec{E}_{cm} = \vec{E}_m\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_o} \qquad \vec{A}_c = \vec{A}_K\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_o} \tag{1.9}$$

Komplexe Größen sind natürlich keine physikalischen (messbaren) Größen. Das Rechnen mit der komplexen Exponentialschreibweise beinhaltet die Vereinbarung, dass für die physikalische Größe der Realteil der komplexen Ausdrücke zu nehmen ist, wobei man benutzt, dass $\mathrm{Re}(e^{jx}) = \cos x$. So ergibt der Realteil von Gl. 1.8 mit 1.9 gerade Gl. 1.4 bzw. 1.7.

Eine weitere Eigenschaft der elektromagnetischen Felder ist, dass zeitlich veränderliche elektrische und magnetische Felder sich gegenseitig bedingen. Auf elektromagnetische Wellen bezogen heißt das, dass es keine isolierte elektrische bzw. magnetische Welle gibt, sondern beide immer zusammen auftreten. Für harmonische Wellen entsprechend Gln. 1.4 und 1.7 gilt für das Verhältnis der Beträge beider Feldstärken

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = Z \tag{1.10}$$

$\mu = \mu_o\mu_r$, $\varepsilon = \varepsilon_o\varepsilon_r$. Die Größe Z bezeichnet man auch als **Wellenwiderstand**. Der Wellenwiderstand des Vakuums beträgt $Z_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}} = 376{,}730\,\Omega$.

(3) Energietransport

Normalerweise spüren wir die Welleneigenschaft des Lichts nicht. Was wir bemerken, ist der Helligkeitseindruck, den Licht im Auge verursacht. Wir stellen fest, dass Sonnenstrahlen wärmen oder auch einen Sonnenbrand verursachen, dass Licht einen Negativfilm schwärzt usw. Diese Wirkungen rühren von einer wichtigen Eigenschaft her, die grundsätzlich mit der Ausbreitung von Wellen verbunden ist, nämlich dem Transport von Energie. Die Sonnenenergie, die in Form von Licht und Wärme auf die Erde gelangt, ist Voraussetzung für alles Leben. Zudem können wir dies ausnutzen bei der Gewinnung von elektrischer Energie oder Wärmeenergie aus der Sonnenstrahlung. Die Energie, die in Sonnenkollektoren oder fotovoltaischen Anlagen gewonnen wird, entsteht bei der Kernfusion auf der Sonne und wird durch die elektromagnetischen Wellen der Sonnenstrahlung auf die Erde transportiert. Die Größe, die den Energietransport beschreibt, ist die **Intensität** bzw. **Bestrahlungsstärke**. Sie ist definiert als die Energie, die pro Zeit- und Flächeneinheit im zeitlichen Mittel von der Welle tranportiert wird (Maßeinheit W/m^2). Sie lässt sich berechnen aus dem zeitlichen Mittelwert des Betrags des sogenannten **Poyntingvektors** S

$$E_e = \overline{S} \tag{1.11}$$

Der Querstrich über der Größe bedeutet die Bildung des zeitlichen Mittelwerts. Aus der Theorie der elektromagnetischen Felder ist bekannt, dass der Poyntingvektor die Energiestromdichte, d.h., die pro Zeit- und Flächeneinheit transportierte Energie beschreibt. Der Poyntingvektor ist das Vektorprodukt aus elektrischer und magnetischer Feldstärke

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \tag{1.12}$$

und zeigt in Richtung des Energietransports. Für die durch Gln. 1.4 und 1.7 beschriebenen harmonischen Wellen ergibt sich mit Gln. 1.2 und 1.? der Betrag der Energiestromdichte

$$S = \varepsilon c E_m^2 \cos^2(\omega t - kz + \varphi) \tag{1.13}$$

d.h., die Energiestromdichte schwankt periodisch mit der Lichtfrequenz. Warum bemerken wir diese Schwankungen nicht? Vergegenwärtigen wir uns die Periodendauer einer elektromagnetischen Welle im sichtbaren Spektralgebiet. Aus Bild 1.1 entnehmen wir eine Lichtfrequenz $f \approx 10^{15}$ Hz, was der Dauer einer einzelnen Schwingung von $T \approx 10^{-15}\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{fs}$ entspricht. Diesen extrem schnellen Änderungen können weder das Auge noch fotoelektrische Empfänger folgen (die Zeitkonstante der schnellsten heute bekannten Fotodioden liegt bei $10^{-12}\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{ps}$). Praktisch bilden Lichtempfänger den zeitlichen Mittelwert von der einfallenden Energiestromdichte. Die Eigenschaft der Empfänger, zeitlich mittelnd zu wirken, ist daher in der Definition der Intensität, Gl.1.11, enthalten. Das zeitliche Mittel von Gl.1.13 ergibt:

$$\boxed{E_e = \varepsilon c \overline{E(z,t)^2} = \frac{1}{2} \varepsilon c E_m^2} \tag{1.14}$$

(Man achte darauf, dass die beiden Größen E_e als energetische Größe Intensität bzw. Bestrahlungsstärke und E_m als Amplitude des elektrischen Felds nicht miteinander verwechselt werden!) Dabei wurde benutzt, dass $\overline{\cos^2(\omega t - kz + \varphi)} = 1/2$ ist. Gl.1.14 zeigt:

- Die Bestrahlungsstärke ist zum Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke proportional.

Zur Bestrahlungsstärke einer Kugelwelle im Abstand r vom Wellenzentrum gelangt man, wenn man ihre Amplitude $E_{Km} = A_K/r$ (Gl. 1.7) in Gl. 1.14 einsetzt:

$$E_e(r) = \frac{\varepsilon c}{2} \frac{A_K^2}{r^2} \tag{1.15}$$

Die Bestrahlungsstärke nimmt mit dem Quadrat des Abstands r ab (vgl. Erklärung zu Gl. 1.7).

Um zur Energie pro Zeiteinheit zu kommen, die von einer Lichtwelle durch eine Fläche A transportiert wird, muss die Bestrahlungsstärke mit der Fläche multipliziert werden. Die Größe

$$\Phi_e = E_e A \tag{1.16}$$

wird als **Strahlungsleistung** bzw. **Strahlungsfluss** bezeichnet (vgl. Kap. 5).

Aus Gln. 1.8 und 1.9 sieht man, dass in der komplexen Schreibweise die Bestrahlungsstärke proportional zum Betragsquadrat der komplexen elektrischen Feldstärke ist:

$$\boxed{E_e = \frac{1}{2} \varepsilon c \, |E_{cm}|^2 = \frac{1}{2} \varepsilon c E_m^2 \qquad (1.17)}$$

Wellengleichung

Die besprochenen Eigenschaften der elektromagnetischen Wellen sind Folgerungen aus den Maxwellschen Gleichungen, den Grundgleichungen zur Beschreibung der elektrischen und magnetischen Felder. Wir wollen diese hier aufschreiben für den in der Optik interessierenden Fall ladungs- und stromfreier Materialien:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \tag{1.18}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{1.19}$$

$$\vec{\nabla}\vec{D} = 0 \qquad \vec{\nabla}(\mu \vec{H}) = 0 \tag{1.20}$$

mit $\mu = \mu_o \mu_r$ und $\vec{E}$, $\vec{H}$ dem elektrischen und magnetischen Feld. $\vec{\nabla}$ steht für den vektoriellen Differentialoperator „Nabla“, der in kartesischen Koordinaten die Form

$$\vec{\nabla} = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \tag{1.21}$$

hat. $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$ sind die Einheitsvektoren in Richtung der Koordinatenachsen. Das Feld $\vec{D}$ wird als dielektrische Verschiebung bezeichnet und ist eine Funktion des elektrischen Felds $\vec{E}$. Es beschreibt den Einfluss des Mediums auf das einfallende elektrische Feld. Anschaulich kann man sich das sich so vorstellen, dass durch die Kraftwirkung des elektrischen Felds im neutralen Medium positive und negative elektrische Ladungen gegeneinander verschoben werden. Diese Ladungsverschiebung beeinflusst wiederum das elektrische Feld, was sich in der Abhängigkeit $\vec{D}(\vec{E})$ ausdrückt. Im einfachsten Fall sind beide Felder zueinander proportional

$$\vec{D} = \varepsilon_o \varepsilon_r \vec{E} \tag{1.22}$$

ε_o ist die elektrische Feldkonstante, ε_r die relative Dielektrizitätszahl ($\varepsilon_r = 1$ für das Vakuum). In der Optik zeigt sich die Materialeigenschaft in der Brechzahl $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$. Die meisten optischen Materialien sind nicht magnetisch, $\mu_r \approx 1$, so dass mit guter Näherung $n \approx \sqrt{\varepsilon_r}$ ist. In Medien mit anisotroper Struktur wie in Kristallen stimmen die Richtungen beider Felder nicht mehr überein, was zur Erscheinung der Doppelbrechung führt (vgl. Kapitel 10). Bei starken elektrischen Feldern kann die dielektrische Verschiebung nichtlinear von E abhängen. In diesem Fall kommen wir in das Gebiet der nichtlinearen Optik, das in den vergangenen Jahren durch die intensiven Laserlichtquellen wesentlichen Auftrieb erfahren hat.

Gln.1.18 und 1.19 zeigen, dass sich die zeitabhängigen Felder gegenseitig bedingen: Ein zeitabhängiges magnetisches Feld erzeugt Wirbel des elektrischen Felds (Gl. 1.18) und eine zeitabhängige dielektrische Verschiebung und folglich ein zeitabhängiges elektrisches Feld erzeugt Wirbel des magnetischen Felds (Gl.1.19). Gl. 1.20 sagt aus, dass unter den hier gemachten Voraussetzungen die Felder quellenfrei sind.

Aus Gln. 1.18 - 1.22 können wir die Grundgleichung der Wellenoptik, die **Wellengleichung** herleiten. Multipliziert man Gl. 1.18 und Gl. 1.19 von links vektoriell mit $\vec{\nabla}$ und benutzt die Identität $\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{E}) - \vec{\nabla}^2\vec{E}$ sowie $\vec{\nabla}\vec{E} = 0$ (Gl. 1.20 mit 1.22), ergibt sich die Wellengleichung für das elektrische und magnetische Feld

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta\vec{E} &= \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \\ \Delta\vec{H} &= \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} \end{aligned}} \tag{1.23}$$

mit

$$\Delta = \vec{\nabla}\vec{\nabla} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{1.24}$$

und $c^2 = (\varepsilon\mu)^{-1}$. Die durch Gln. 1.4 und 1.7 beschriebenen harmonischen Wellen sind spezielle Lösungen der Wellengleichungen. Welche Wellenform man als Lösung der Wellengleichung 1.6 erhält, hängt von den konkreten Bedingungen ab (Form der Strahlungsquelle, Blenden im Strahlen usw.).

Die Maxwellschen Gleichungen und die Wellengleichung vermitteln einen linearen Zusammenhang zwischen den Feldern. Daraus folgt das Superpositionsprinzip für die Lösungen der Wellengleichung: Die Summe von zwei Lösungen ist wieder eine Lösung. Elektromagnetische Wellen überlagern sich. Diese Eigenschaft bildet z. B. den theoretischen Hintergrund für die Erklärung von Interferenzerscheinungen als Überlagerung von Lichtwellen und dem Huygensschen Prinzip, die wir in den folgenden Abschnitten besprechen werden.

In der Optik hat man oft den Fall, dass Licht von einem Medium in ein anderes eintritt (z. B. Übergang von Luft in Glas). Wichtig ist daher die Frage, wie sich elektrisches und magnetisches Feld beim Übergang an den Grenzflächen zwischen zwei aneinander grenzenden Medien mit unterschiedlichen relativen Dielektrizitätszahlen $\varepsilon_r^{(1)}$, $\varepsilon_r^{(2)}$ bzw. Brechzahlen n_1, n_2 verhalten. Ebenfalls aus den Maxwellschen Gleichungen kann man folgern, dass die zur Grenzfläche tangentialen Komponenten des elektrischen und magnetischen Felds stetig sein müssen:

$$E_t^{(1)} = E_t^{(2)} \qquad H_t^{(1)} = H_t^{(2)} \tag{1.25}$$

Die Normalkomponenten beider Felder sind an der Grenzfläche unstetig, stetig müssen dagegen die Normalkomponenten von $\varepsilon\vec{E}$ (dielektrische Verschiebung) und $\mu\vec{H}$ sein:

$$\varepsilon_o \varepsilon_r^{(1)} E_n^{(1)} = \varepsilon_o \varepsilon_r^{(2)} E_n^{(2)} \qquad \mu_o \mu_r^{(1)} H_n^{(1)} = \mu_o \mu_r^{(2)} H_n^{(2)} \tag{1.26}$$

(4) Gruppengeschwindigkeit

Durch Gl. 1.4 und 1.7 wurden ideal monochromatische, unendliche lange Wellenzüge beschrieben. In der Realität gibt es solche Wellen nicht. Es treten Wellenzüge mit end licher Länge auf, oder Wellen, deren Amplitude nicht gleich bleibt, die also moduliert sind. In der Nachrichtentechnik nutzt man die Modulation einer Trägerwelle, um Informationen zu übertragen. Die Grundform einer Information in der digitalen Nachrichtentechnik stellt ein Wellenpaket bzw. ein Impuls dar. Für solche Anwendungen ist man weniger an der Phasengeschwindigkeit der Trägerwelle als an der Ausbreitungsgeschwindigkeit des ganzen Wellenpakets oder der Modulationseinhüllenden interessiert. Diese Geschwindigkeit bezeichnet man als **Gruppen-** oder **Signalgeschwindigkeit**. Ein auf den ersten Blick überraschendes Ergebnis ist, dass in dispersiven Medien, also in Medien, deren Brechzahl von der Frequenz bzw. Wellenlänge abhängt (vgl. Abschn. 1.8), sich Phasen- und Gruppengeschwindigkeit unterscheiden. Bild 1.3 zeigt schematisch, wie sich in diesem Fall die Einhüllende eines Wellenpakets gegenüber den Wellenmaxima der Trägerwelle verschiebt. Die Trägerwelle wandert unter der Einhüllenden.

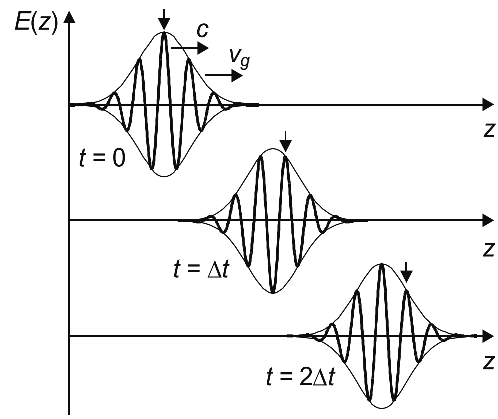

Bild 1.3 Bei unterschiedlicher Phasen- und Gruppengeschwindigkeit ($c \neq v_g$) bewegen sich Einhüllende des elektrischen Felds und Phasenflächen (z. B. markiertes Maximum) verschieden schnell

Wir wollen uns das anhand des einfachsten Falls klar machen, dass die Modulation durch die Überlagerung von zwei monochromatischen Wellen gleicher Amplitude mit leicht differierenden Frequenzen und Wellenlängen entsteht. Die aus den beiden Wellen

$$\begin{aligned} E_1 &= E_m \cos(\omega_1 t - k_1 z) \\ E_2 &= E_m \cos(\omega_2 t - k_2 z) \end{aligned} \tag{1.27}$$

resultierende Welle $E = E_1 + E_2$ kann unter Verwendung der Identität

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\right)\cos\left(\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\right)$$

in

$$E_{res} = 2E_m \cos(\Delta\omega t - \Delta k z)\cos(\omega t - kz) \tag{1.28}$$

umgeformt werden. $\omega = (\omega_2 + \omega_1)/2$ und $k = (k_2 + k_1)/2$ stellen die mittlere Frequenz bzw. Wellenzahl der resultierenden Welle dar. $\Delta\omega = (\omega_2 - \omega_1)/2$ und $\Delta k = (k_2 - k_1)/2$ können wir als Modulationsfrequenz bzw. Modulationswellenzahl bezeichnen. Bild 1.4 veranschaulicht das Ergebnis. Es ist eine Welle (Trägerwelle) entstanden, die eine zeitveränderliche oder modulierte Amplitude hat. Bild 1.4 macht auch die Ursache dieser Modulation deutlich. Die unterschiedlichen Frequenzen bzw. Wellenlängen führen zu Phasenverschiebungen zwischen den beiden Ausgangswellen, die vom Ort z abhängen. Dadurch entstehen Bereiche, wo beide Wellen phasengleich schwingen, die resultierende Welle also maximale Amplitude hat, und Bereiche, wo beide gegenphasig schwingen. An diesen Stellen verschwindet die resultierende Welle. Die Phasengeschwindigkeit der Trägerwelle ist $c = \omega/k$. Die Geschwindigkeit, mit der sich die Modulationseinhüllende bewegt, ist analog

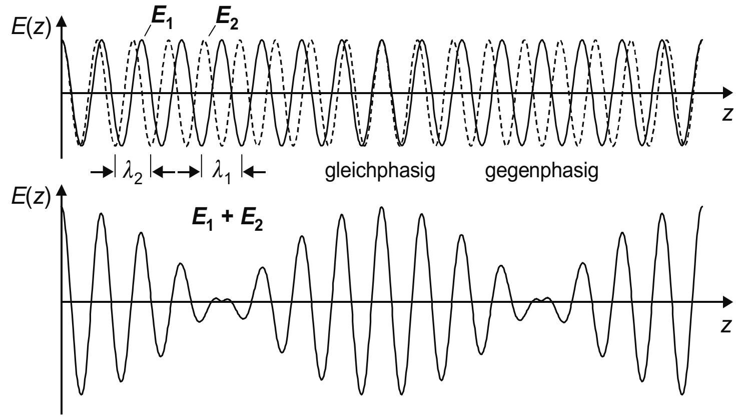

Bild 1.4 Wegen der verschiedenen Wellenlängen ändert sich entlang der Ausbreitungsrichtung die Phasendifferenz zwischen den beiden Ausgangswellen. Das führt zu Bereichen, wo beide Wellen phasengleich schwingen, die resultierende Welle also eine maximale Amplitude hat, und zu Stellen, wo beide gegenphasig schwingen

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \tag{1.29}$$

Ist der Frequenzbereich $\Delta\omega$ um die mittlere Frequenz ω klein, können wir den Differenzenquotienten durch die Ableitung ersetzen:

$$\boxed{v_g = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}} \tag{1.30}$$

Gl. 1.30 stellt allgemein die Gruppen- bzw. die Signalgeschwindigkeit einer Wellengruppe dar. Für optische Medien mit der wellenlängenabhängigen Brechzahl $n(\lambda)$ ergibt sich mit $\omega = kc = kc_o/n$ und der Kettenregel $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k} = \frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}k}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\lambda} = -\frac{\lambda^2}{2\pi}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\lambda}$ die Relation

$$\boxed{v_g = c + k\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}k} = c\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)} \tag{1.31}$$

Ist die Phasengeschwindigkeit c bzw. die Brechzahl n nicht von der Wellenlänge λ abhängig, sind Phasen- und Gruppengeschwindigkeit gleich. Sonst gilt:

- In einem dispersiven Medium (die Phasengeschwindigkeit c bzw. Brechzahl n ist