Mathematik Holztechnik

Bearbeitet von
Wolfgang Nutsch, Bernd Spellenberg

1. Auflage 2015. Taschenbuch. 272 S. Paperback
ISBN 978 3 8085 4058 9
Format (B x L): 17 x 24 cm
Gewicht: 468 g

EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Holz verarbeitende Berufe

Holztechnik – Mathematik

10. überarbeitete Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 4001X

Bearbeiter der „Holztechnik – Mathematik“ sind:

Nutsch, Wolfgang	Dipl.-Ing., Studiendirektor	Stuttgart
Spellenberg, Bernd	Dipl.-Ing., Studiendirektor	Stuttgart

Lektorat und Bildbearbeitung:
Wolfgang Nutsch, Stuttgart, Verlag Europa-Lehrmittel, Haan-Gruiten

10. Auflage 2015
Druck 5 4 3 2 1
Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-4058-9

http://www.europa-lehrmittel.de
Satz & Bild: Punkt für Punkt GmbH · Mediendesign, 40549 Düsseldorf
Druck: B.O.S.S Medien GmbH, 47574 Goch

Vorwort

Das vorliegende Fachbuch „Holztechnik – Mathematik" ist überarbeitet worden. Es ergänzt die erfolgreiche Europa-Fachbuchreihe für Berufe der Holztechnik.

Das Buch vermittelt mathematische Grund- und Fachkenntnisse für die Ausbildung der Holzmechaniker, Tischler, Fensterbauer und Glaser. Es enthält außerdem wesentliche Ausbildungsinhalte für den Beruf der Technischen Zeichner mit dem Schwerpunkt Holztechnik. Die einschlägigen Normen wurden berücksichtigt.

Die Gliederung der „Holztechnik – Mathematik" folgt im Wesentlichen dem zeitlichen Fortschreiten der Ausbildung sowie fachdidaktischen Grundsätzen. Alle zur Ausbildung notwendigen Informationen mit fachmathematischem Inhalt werden in diesem Buch dargestellt. Sie sind sachlogisch nach Leitthemen unterteilt und unter Berücksichtigung des jeweiligen Schwierigkeitsgrades geordnet. Zu jedem Teillernziel gehören Beispiele mit Lösungen und eine Vielzahl von Aufgaben, sodass der Schüler durch Üben der Rechenfertigkeiten eine unmittelbare Lernkontrolle erhält.

Das Buch ist in Text- und Bildteil sowie in lernstoffvermittelnde Abschnitte und Aufgabenblöcke klar gegliedert. Die zu den jeweiligen Abschnitten gehörenden mathematischen Formeln, Rechenregeln und Merksätze sind im Text farbig besonders hervorgehoben. Die über 600 praxisnahen Zeichnungen sind meistens zweifarbig angelegt. Sie erläutern lernstoffvermittelnden Text und Anwendungsbeispiele oder sind Bestandteil der Aufgabenstellungen. Parallel zur „Holztechnik – Mathematik" erscheint ein Lösungsbuch, in dem sehr ausführlich die Lösungswege der gestellten Aufgaben aufgezeigt werden. Beide Fachbücher, das Mathematikbuch und das Lösungsbuch, sind für den projektorientierten Unterricht und ein erfolgreiches Selbststudium besonders geeignet.

Die „Holztechnik – Mathematik" eignet sich als Lehr- und Übungsbuch für Auszubildende und Schüler in Berufs-, in Berufsfachschulen sowie in betrieblichen und überbetrieblichen Ausbildungsstätten. Den Schülern von Meister- und Fachschulen bietet dieses Buch Gelegenheit zur Wiederholung der fachmathematischen Grundlagen und zur Vorbereitung auf die Meisterprüfung im Schreinerhandwerk.

Herbst 2015 Wolfgang Nutsch

Hinweis:

Für die Holzarten werden die Kurzzeichen der in der DIN 919-1 aufgeführten Handelsnamen verwendet.

Inhaltsverzeichnis

4 Verschnittberechnungen

4.1 Holzmengenberechnungen – Rohmenge, Fertigmenge, Verschnitt

4.1.1 Verschnitt

Beim Einschneiden von Rundholz zu Schnittholz sowie bei der Herstellung von Werkstücken aus Vollholz oder Plattenwerkstoffen entsteht durch Zuschneiden oder Aushobeln **Holzverlust** (Abfall, Abschnitt), der als **Verschnitt** bezeichnet wird.

Verschnitt ist die Differenz zwischen der Rohmenge und der Fertigmenge.

Verschnittmenge = Rohmenge – Fertigmenge
Rohmenge = Fertigmenge + Verschnittmenge
Fertigmenge = Rohmenge – Verschnittmenge

Bei den Berechnungen sollten die Abkürzungen V (Verschnittmenge), VA (Verschnittabschlag), VZ (Verschnittzuschlag), R (Rohmenge) und F (Fertigmenge) als Indizes dem Formelzeichen der jeweiligen Größe zugeordnet werden.

Zum Beispiel: bei Längen l_V, l_R, l_F, l_{VA}, l_{VZ}
bei Flächen A_V, A_R, A_F, A_{VA}, A_{VZ}
bei Volumen V_V, V_R, V_F, V_{VA}, V_{VZ}

Verschnittarten (Bild 1):
Längenverschnitt in m, z. B.: Leisten, Latten, Kanthölzer;
Flächenverschnitt in m², z. B.: Bretter, Bohlen, Platten;
Volumenverschnitt in m³, z. B.: Einschnittverlust bei Rundholz.

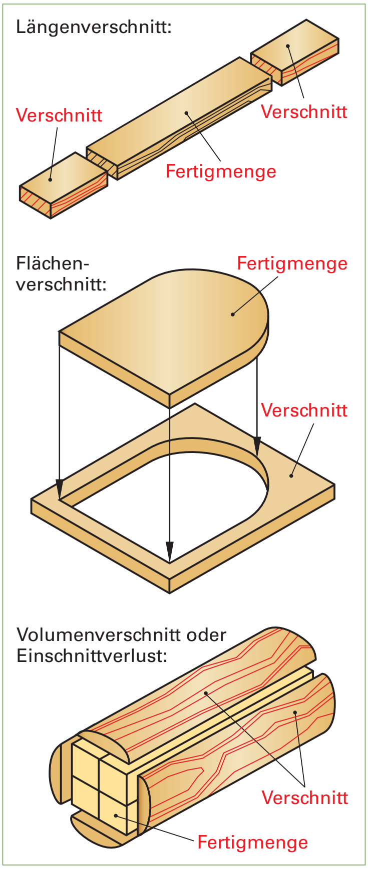


Bild 1: Verschnittarten

4.1.2 Verschnittabschlag

Werden Baumstämme zu Schnittholz verarbeitet, so wird der entstehende Einschnittverlust (Verschnitt) auf die Rohmenge bezogen, d. h. man berechnet den Verschnitt in der Sägeindustrie als Abschlag auf die Rohmenge. Hierbei entspricht die Rohmenge dem Grundwert bzw. 100 %.

Beispiel: Aus einem Kiefernstamm mit einem Volumen $V_1 = 1{,}768\ \text{m}^3$ wurden Balken zugeschnitten, die ein Gesamtvolumen $V_2 = 1{,}108\ \text{m}^3$ haben. Berechnen Sie den Verschnittabschlag in %.

Gegeben: Rohmenge $V_R = 1{,}768\ \text{m}^3$
Fertigmenge $V_F = 1{,}108\ \text{m}^3$

Gesucht: Verschnittabschlag in Prozent V_{VA}

Lösung: $V_V = V_R - V_F = 1{,}768\ \text{m}^3 - 1{,}108\ \text{m}^3 = \mathbf{0{,}66\ m^3}$

Nach dem Dreisatz errechnet sich der Verschnittabschlag in %:

$1{,}768\ \text{m}^3 \mathrel{\hat{=}} 100\ \%$

$$1{,}00\ \text{m}^3 \mathrel{\hat{=}} \frac{100\ \%}{1{,}768\ \text{m}^3}$$

$$0{,}66\ \text{m}^3 \mathrel{\hat{=}} \frac{100\ \% \cdot 0{,}66\ \text{m}^3}{1{,}768\ \text{m}^3} = \mathbf{37{,}33\ \%} = V_{VA}$$

Durch Einsetzen der Formelzeichen ergibt sich die nebenstehende Formel.

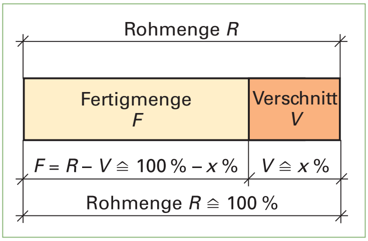


Bild 2

Verschnitt in Prozent bezogen auf die Rohmenge (Volumen)

$$\text{Verschnittabschlag} = \frac{100\ \% \times \text{Verschnittmenge}}{\text{Rohmenge}}$$

$$V_{VA} = \frac{100\ \% \cdot V_V}{V_R}$$

4.1.3 Verschnittzuschlag

Da der Kunde den Verschnitt auch bezahlen muss, wird der Verschnitt prozentual der Fertigmenge zugeschlagen. Man spricht dann vom Verschnittzuschlag. Bei der Holzbearbeitung und -verarbeitung wird immer der Schnittverlust auf die Fertigmenge (als Grundwert mit 100 %) bezogen. Für eine optimale Aufteilung, z. B. einer Platte, ist eine Zuschnittskizze anzufertigen **(Bild 1)**.

Beispiel Flächenverschnitt:
Aus einer Tischlerplatte mit einem Flächeninhalt von 10,45 m² werden Fachböden mit einer Fertigmenge von 8,15 m² zugeschnitten. Wie viel beträgt der Flächenverschnitt in %?

Lösung: $A_V = A_R - A_F = 10{,}45\ m^2 - 8{,}15\ m^2 = \mathbf{2{,}3\ m^2}$

Nach dem Dreisatz errechnet sich der Verschnittzuschlagsatz:

$8{,}15\ m^2 \mathrel{\widehat{=}} 100\ \%$

$1{,}00\ m^2 \mathrel{\widehat{=}} \frac{100\ \%}{8{,}15}$

$2{,}30\ m^2 \mathrel{\widehat{=}} \frac{100\ \% \cdot 2{,}30}{8{,}15} = \mathbf{28\ \%}$

Durch Einsetzen der Formelzeichen ergibt sich nebenstehende Formel **(Bild 2)**.

4.1.4 Rohmengenberechnung

In der Praxis wird bei der Kalkulation mit Verschnittzuschlagsätzen (Erfahrungswerte) gerechnet. Diese Richtwerte können jedoch auch über- oder unterschritten werden. Ursachen für die Größe eines Verschnittzuschlages können z. B. Holzart, Handelsmaße, Qualität des Werkstoffes, Form des Werkstücks und die Art der Materialbearbeitung sein **(Tabelle 1)**.

Ist die Fertigmenge und der Verschnittzuschlag in % gegeben, so lässt sich die Rohmenge auf zwei Arten berechnen:

Beispiel:

Gegeben: Fertigmenge $A_F = 7{,}25\ m^2$
Verschnittzuschlag $A_{VZ} = 35\ \%$

Gesucht: Rohmenge A_R in m²

Lösungsweg 1: Verschnittmenge:

$100\ \% \mathrel{\widehat{=}} 7{,}25\ m^2$

$1\ \% \mathrel{\widehat{=}} \frac{7{,}25\ m^2}{100} = 0{,}725\ m^2$

$35\ \% \mathrel{\widehat{=}} 0{,}725\ m^2 \cdot 35 = \mathbf{2{,}54\ m^2} = A_V$

Rohmenge = Fertigmenge + Verschnittmenge

$A_R = A_F + A_V$

$= 7{,}25\ m^2 + 2{,}54\ m^2 = \mathbf{9{,}79\ m^2}$

Da die Rohmenge 100 % (Fertigmenge) + x % (Verschnittzuschlagsatz) entspricht, im Beispiel also 100 % + 35 % = 135 %, lässt sich 135 % = 135/100 = 1,35 auch als ein Zuschlagfaktor ansehen. Dadurch wird die Berechnung einfacher:

Lösungsweg 2: Rohmenge = Fertigmenge × Zuschlagfaktor

$A_R = A_F \cdot f_V$

$= 7{,}25\ m^2 \cdot 1{,}35 = \mathbf{9{,}79\ m^2}$

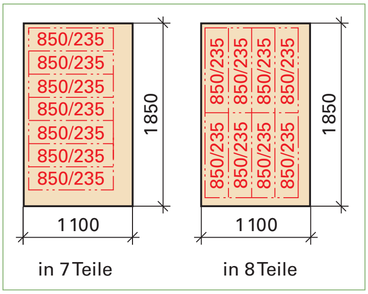


Bild 1: Aufteilung einer Platte

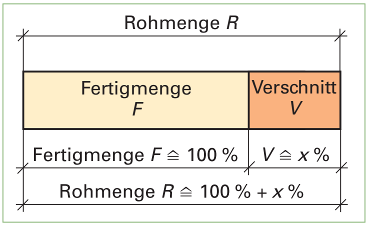


Bild 2

Verschnitt in Prozent bezogen auf die Fertigmenge (Flächen)

$$\text{Verschnittzuschlag in \%} = \frac{100\ \% \times \text{Verschnittmenge}}{\text{Fertigmenge}}$$

$$A_{VZ} = \frac{100\ \% \cdot A_V}{A_F}$$

Tabelle 1: Verschnittzuschlagsätze in %	
Nadelhölzer	50 % – 70 %
Laubhölzer	40 % – 100 %
Plattenwerkstoffe	10 % – 15 %
Deckfurniere	40 % – 100 %

Berechnung der Rohmenge:

$$\text{Rohmenge} = \text{Fertigmenge} \times \frac{(100\ \% + \text{Verschnittzuschlagsatz})}{100\ \%}$$

Hierbei gilt:

$$\text{Zuschlagfaktor} = \frac{(100\ \% + \text{Verschnittzuschlagsatz})}{100\ \%}$$

Daraus folgt:

$$\text{Rohmenge} = \text{Fertigmenge} \times \text{Zuschlagfaktor}$$

5.3 Flächeninhalte von Brettern und Bohlen

Beim Einschneiden von Rundhölzern im Sägewerk erhält man Bretter und Bohlen in folgenden verschiedenen Formen:

- parallel besäumte Bretter und Bohlen
- konisch besäumte Bretter und Bohlen (selten)
- unbesäumte Bretter und Bohlen **(Bild 1)**.

Bretter sind bis zu 38 mm dick, Bohlen sind 40 mm bis maximal 120 mm dick.

Der Flächeninhalt ergibt sich aus der jeweiligen geometrischen Figur, z. B.: Rechteck oder Trapez. Er wird aus den Längen- und Breitenmaßen berechnet und in Quadratmetern (m^2) angegeben.

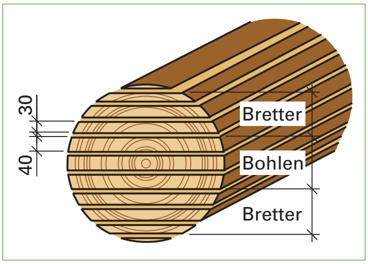


Bild 1: Einschneiden von Rundholz

5.3.1 Parallel besäumte Bretter und Bohlen mit gleicher Länge und gleicher Breite

Der Flächeninhalt parallel besäumter Bretter und Bohlen mit gleicher Länge und Breite berechnet sich wie ein Rechteck. Die Gesamtfläche erhält man aus dem Flächeninhalt eines Brettes mal der Anzahl *n* **(Bild 2)**.

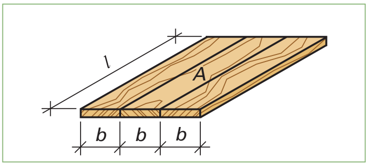


Bild 2: Parallel besäumte Bretter gleicher Länge und Breite

$$A = l \cdot b \cdot n$$

Beispiel:

Gegeben: $l = 3{,}5$ m, $b = 20$ cm, $n = 3$

Gesucht: A in m^2

Lösung: $A = l \cdot b \cdot n$
$= 3{,}5\ \text{m} \cdot 0{,}20\ \text{m} \cdot 3 = \mathbf{2{,}10\ m^2}$

5.3.2 Parallel besäumte Bretter und Bohlen mit gleicher Länge aber ungleichen Breiten

Der Gesamtflächeninhalt parallel besäumter Bretter und Bohlen mit gleicher Länge aber ungleicher Breite ergibt sich aus der Länge mal der Summe der verschiedenen Breiten **(Bild 3)**.

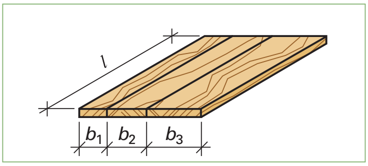


Bild 3: Parallele besäumte Bretter gleicher Länge und ungleicher Breite

$$A = l \cdot (b_1 + b_2 + b_3)$$

Beispiel:

Gegeben: $l = 2{,}5$ m, $b_1 = 12$ cm, $b_2 = 16$ cm, $b_3 = 18$ cm

Gesucht: A in m^2

Lösung: $A = l \cdot (b_1 + b_2 + b_3)$
$= 2{,}5\ \text{m} \cdot (0{,}12\ \text{m} + 0{,}16\ \text{m} + 0{,}18\ \text{m}) = \mathbf{1{,}15\ m^2}$

5.3.3 Parallel besäumte Bretter und Bohlen mit gleicher Breite aber ungleicher Länge

Der Gesamtflächeninhalt parallel besäumter Bretter und Bohlen mit gleicher Breite aber ungleicher Länge ergibt sich aus der Breite mal der Summe der verschiedenen Längen **(Bild 4)**.

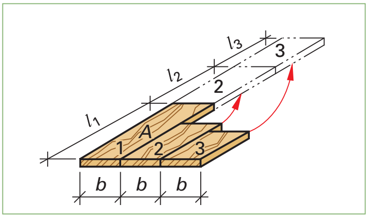


Bild 4: Parallel besäumte Bretter ungleicher Länge und gleicher Breite

$$A = b \cdot (l_1 + l_2 + l_3)$$

Beispiel:

Gegeben: $b = 24$ cm, $l_1 = 2{,}25$ m, $l_2 = 2{,}5$ m, $l_3 = 3{,}0$ m

Gesucht: A in m^2

Lösung: $A = b \cdot (l_1 + l_2 + l_3)$
$= 0{,}24\ \text{m} \cdot (2{,}25\ \text{m} + 2{,}5\ \text{m} + 3{,}0\ \text{m}) = \mathbf{1{,}86\ m^2}$

5.3.4 Konisch besäumte Bretter und Bohlen

Konisch besäumte Bretter und Bohlen haben die Form eines Trapezes. Bei der halben Länge des Brettes oder der Bohle wird die mittlere Breite gemessen **(Bild 1)**.

Beispiel:

Gegeben: b_m = 26 cm, l = 2,75 m

Gesucht: A in m²

Lösung: $A = b_m \cdot l$

$= 0{,}26\ \text{m} \cdot 2{,}75\ \text{m} = \mathbf{0{,}72\ m^2}$

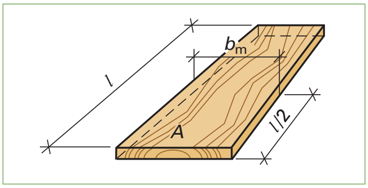


Bild 1

$$A = b_m \cdot l$$

5.3.5 Unbesäumte Bretter

Bei unbesäumten Brettern wird die mittlere Breite der Bretter auf der linken Seite (Schmalseite der Bretter) gemessen **(Bild 2)**.

Beispiel:

Gegeben: b_m = 28 cm, l = 3,5 m

Gesucht: A in m²

Lösung: $A = b_m \cdot l$

$= 0{,}28\ \text{m} \cdot 3{,}5\ \text{m} = \mathbf{0{,}98\ m^2}$

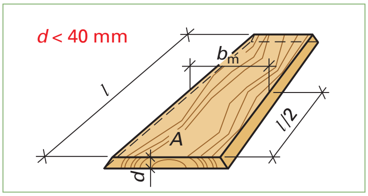


Bild 2

$$A = b_m \cdot l$$

5.3.6 Unbesäumte Bohlen

Bei Bohlen wird im Gegensatz zu Brettern die mittlere Breite auf der rechten Seite (breite Seite) und der linken Seite (schmale Seite) gemessen. Aus diesen beiden Breiten wird der Mittelwert gebildet. Der Flächeninhalt wird dann aus dem Mittelwert der beiden mittleren Breiten mal der Länge berechnet **(Bild 3)**.

Beispiel:

Gegeben: b_{m1} = 43 cm, b_{m2} = 47 cm, l = 3,5 m

Gesucht: A in m²

Lösung: $A = \dfrac{(b_{m1} + b_{m2}) \cdot l}{2}$

$= \dfrac{(0{,}43\ \text{m} + 0{,}47\ \text{m}) \cdot 3{,}5\ \text{m}}{2} = \mathbf{1{,}57\ m^2}$

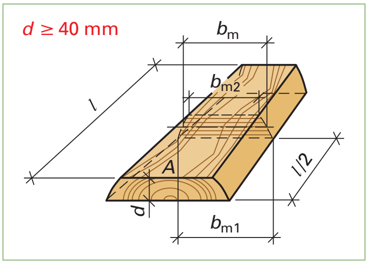


Bild 3

$$A = \frac{(b_{m1} + b_{m2}) \cdot l}{2}$$

5.3.7 Profilbretter (Halbfertigfabrikate)

Bei Profilbrettern wird der Flächeninhalt entweder mit dem Deckmaß oder dem Federmaß (Brettbreite) und der Brettlänge berechnet. Mit dem Deckmaß erhält man die Fläche im zusammengesteckten bzw. eingebauten Zustand. Mit dem Federmaß berechnet man die einzelnen Brettflächen **(Bild 4)**.

Beispiel:

Gegeben: l = 4,5 m, b_D = 8,6 cm, n = 40

Gesucht: zu verkleidende Fläche A in m²

Lösung: $A = l \cdot b_D \cdot n$

$= 4{,}5\ \text{m} \cdot 0{,}86\ \text{m} \cdot 40 = \mathbf{15{,}48\ m^2}$

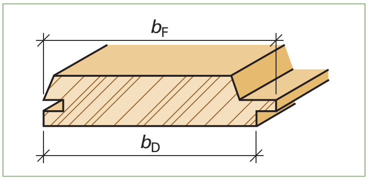


Bild 4

Flächenberechnung mit dem Deckmaß

$$A = l \cdot b_D \cdot n$$

Flächenberechnung mit dem Federmaß

$$A = l \cdot b_F \cdot n$$

8 Materialbedarf und Materialpreisberechnungen

8.1 Umrechnungen von Holzmengen und Preisen bei Schnittholz

Schnittholz wird je nach Art der Handelsware nach Längen, Flächen oder Volumen (Rauminhalt) berechnet bzw. verkauft. Umrechnungen der Holzmengen werden notwendig, um den Materialbedarf zu ermitteln, Kalkulationen durchzuführen oder mit dem Kunden abrechnen zu können.
Hierzu müssen Formeln, bezogen auf die gesuchten Einheiten (m, m^2 oder m^3) bzw. auf den Preis pro Einheit, umgestellt werden.

Schnittholz	Berechnungsgrundlage
Latten, Leisten, Kanthölzer	Meter
Bretter	Quadratmeter
Bohlen	Quadratmeter und Kubikmeter

8.1.1 Umrechnung von Holzvolumen in Holzflächen, bezogen auf eine Holzdicke (Bild 1)

$$\text{Holzfläche in m}^2 = \frac{\text{Holzvolumen in m}^3}{\text{Holzdicke in m}}$$

$$A = \frac{V \text{ in m}^3}{d \text{ in m}} \quad \text{oder} \quad A = \frac{V \text{ in m}^3 \cdot 1000 \text{ mm}}{d \text{ in mm} \cdot 1 \text{ m}}$$

Beispiel: Aus 1,760 m^3 werden Bretter mit einer Dicke von 20 mm zugeschnitten.
Wie viel Quadratmeter erhält man? (Der Verschnitt ist bei der Volumenangabe berücksichtigt.)

Lösung: $\text{Holzfläche in m}^2 = \dfrac{\text{Holzvolumen in m}^3}{\text{Holzdicke in m}}$

$$A = \frac{V}{d} = \frac{1{,}760 \text{ m}^3}{0{,}020 \text{ m}}$$

$$= \mathbf{88{,}00 \text{ m}^2}$$

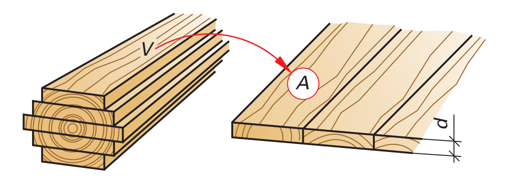


Bild 1

8.1.2 Umrechnung von Holzflächen in Holzvolumen (Bild 2)

$$\text{Holzvolumen in m}^3 = \text{Holzfläche in m}^2 \times \text{Holzdicke in m}$$

$$V = A \text{ in m}^2 \cdot d \text{ in m}$$

$$\text{oder } V = \frac{A \text{ in m}^2 \cdot d \text{ in mm} \cdot 1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}}$$

Beispiel: Wie viel Kubikmeter ergeben 125 m^2 gehobelte Brettware von 22 mm Dicke?

Lösung: Holzvolumen in m^3

$= \text{Holzfläche in m}^2 \cdot \text{Holzdicke in m}$

$V = A \cdot d$

$= 125{,}00 \text{ m}^2 \cdot 0{,}022 \text{ m}$

$= \mathbf{2{,}75 \text{ m}^3}$

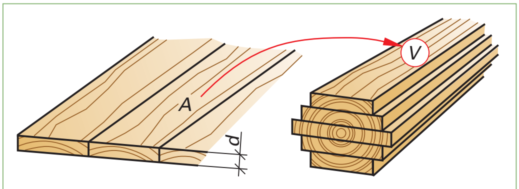


Bild 2

8.1.3 Umrechnung von Holzvolumen in Holzlängen (Bild 3)

$$\text{Holzlängen in m} = \frac{\text{Holzvolumen in m}^3}{\text{Querschnittsfläche in m}^2}$$

$$l = \frac{V \text{ in m}^3}{A \text{ in m}^2}$$

Beispiel: Aus 1,850 m^3 Kiefernholz werden Kanthölzer von 6 × 6 cm zugeschnitten.
Wie viel Meter Kantholz erhält man?

Lösung: Holzlängen in m

$$= \frac{\text{Holzvolumen in m}^3}{\text{Querschnittsfläche in m}^2}$$

$$l = \frac{V}{A} = \frac{1{,}850 \text{ m}^3}{0{,}06 \text{ m} \cdot 0{,}06 \text{ m}}$$

$$= \mathbf{513{,}89 \text{ m}}$$

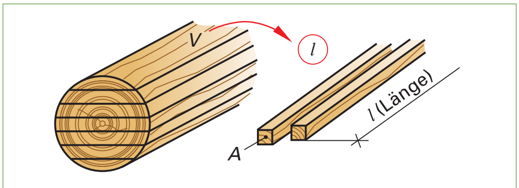


Bild 3

8 Materialbedarf und Materialpreisberechnungen

8.1 Umrechnungen von Holzmengen und Preisen bei Schnittholz

Aufgaben zu 8.1.1 – Umrechnung von Holzvolumen in Holzflächen

129.1 Wie viel Quadratmeter Brettware von 24 mm Dicke erhält man aus 3,450 m³ **(siehe Bild)**?

129.2 Es werden 30 mm dicke Bretter aus 1,750 m³ zugeschnitten.

Wie viel Quadratmeter erhält man?

129.3 Für die Herstellung von 12 Eichentischplatten, 80 × 160 cm, werden Eichenbohlen, 40 mm dick, benötigt **(siehe Bild)**. Der Verschnitt beträgt 35 %.

Reichen die zur Verfügung stehenden 0,8 m³ für die Fertigung aus?

Aufgaben zu 8.1.2 – Umrechnung von Holzflächen in Holzvolumen

129.4 Es werden 124 m² Bretter, 18 mm dick, benötigt.

Berechnen Sie das Volumen in m³.

129.5 Für die Verkleidung einer Außenfassade rechnet man 188 m² sägeraue Bretter, 30 mm dick.

Es wird mit einem Verschnittzuschlag von 30 % gerechnet.

Wie viel Kubikmeter werden benötigt?

129.6 Für eine Fertigung von Stollen aus Esche werden 5,40 m² Bohlen mit einer Dicke von 50 mm benötigt **(siehe Bild)**.

Reichen die am Holzlager befindlichen 0,25 m³ aus?

129.7 Für eine Serie von Tischen errechnet man 135 m² Ahornbohlen, 40 mm dick. Der Verschnittzuschlag beträgt 45 %.

Wie viel Kubikmeter Ahornholz muss bestellt werden?

Aufgaben zu 8.1.3 – Umrechnung von Holzvolumen in Holzlängen

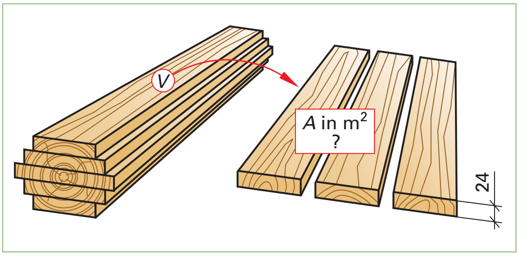
129.8 Wie viel Meter Latten, 24 × 48 mm, erhält man aus 0,98 m³ Fichtenholz?

129.9 Für die Herstellung von Fensterrahmen werden Kanthölzer von 78 × 78 mm benötigt. Es stehen 3,45 m³ Kiefernholz zur Verfügung **(siehe Bild)**.

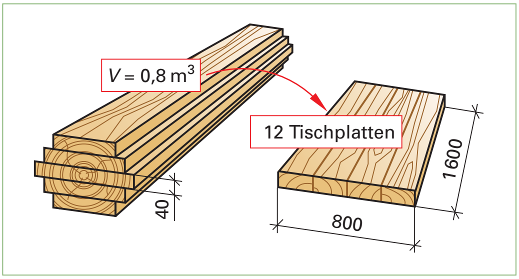
Wie viel Meter lassen sich zuschneiden, wenn mit einem Verschnittabschlag von 45 % zu rechnen ist?

129.10 Für die Herstellung von Blockrahmen 63 × 88 mm, stehen 2,4 m³ zur Verfügung.

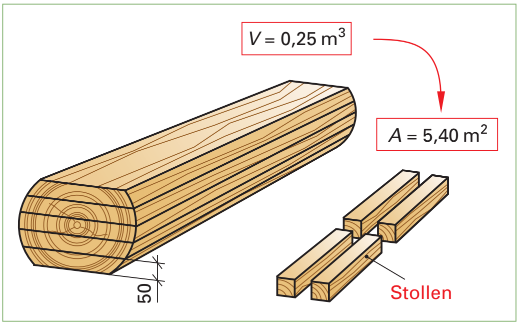
Wie viel Meter der 88 mm breiten Rahmenhölzer lassen sich bei einem Verschnittabschlag von 35 % zuschneiden?



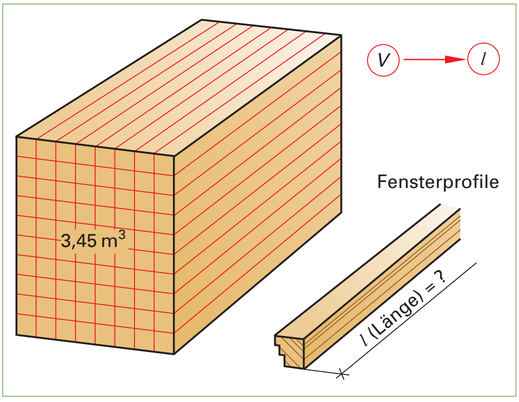
Aufgabe 129.1



Aufgabe 129.3



Aufgabe 129.6



Aufgabe 129.9

8 Materialbedarf und Materialpreisberechnungen

8.1 Umrechnungen von Holzmengen und Preisen bei Schnittholz

8.1.4 Umrechnung von Quadratmeterpreis in Kubikmeterpreis (Bild 1)

Beispiel: Eschenbretter, 26 mm dick, kosten 19,50 € pro m².
Berechnen Sie den Kubikmeterpreis.

Lösung: Kubikmeterpreis in €/m³

$$= \frac{\text{Quadratmeterpreis in €/m}^2}{\text{Holzdicke in m}}$$

$$= \frac{19{,}50\ \text{€/m}^2}{0{,}026\ \text{m}} = \mathbf{750{,}00\ €/m^3}$$

Kubikmeterpreis €/m³

$$= \frac{\text{Quadratmeterpreis in €/m}^2}{\text{Holzdicke } d \text{ in m}}$$

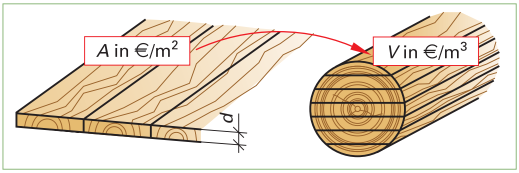


Bild 1

8.1.5 Umrechnung von Kubikmeterpreis in Quadratmeterpreis (Bild 2)

Beispiel: Wie teuer ist 1 m² Brettware von 22 mm Dicke, wenn 1 m³ Kiefernholz 413,00 € kostet?

Lösung: Quadratmeterpreis in €/m²
= Kubikmeterpreis in €/m³ × Holzdicke in m
= 413,00 €/m³ · 0,022 m = **9,08 €/m²**

Quadratmeterpreis in €/m²
= Kubikmeterpreis in €/m³ x Holzdicke *d* in m

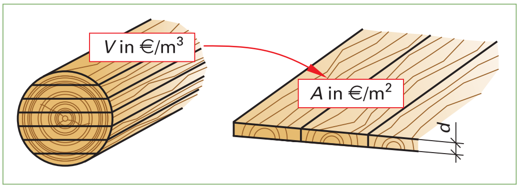


Bild 2

8.1.6 Umrechnung von Quadratmeterpreis in Längenpreis (Bild 3)

Beispiel: Wie viel kostet ein Meter Latten mit einem Querschnitt von *d*/*b* = 30/50 mm, wenn ein Quadratmeter 18,25 € kostet?

Lösung: Längenpreis in €/m
= Quadratmeterpreis in €/m² × Breite in m
= 18,25 €/m² · 0,05 m = **0,91 €/m**

Längenpreis in €/m
= Quadratmeterpreis in €/m² x Breite *b* in m

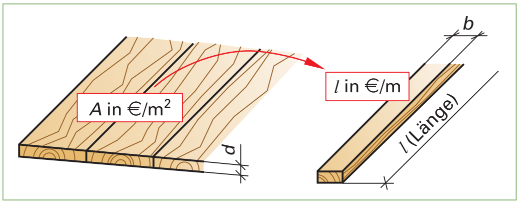


Bild 3

8.1.7 Umrechnung von Längenpreis in Quadratmeterpreis (Bild 4)

Beispiel: Der Preis für einen Meter Kantholz 6 x 6 cm beträgt 1,90 €.
Wie viel kostet ein Quadratmeter?

Lösung: Quadratmeterpreis in €/m²

$$= \frac{\text{Längenpreis in €/m}^2}{\text{Breite in m}} = \frac{1{,}90\ \text{€/m}}{0{,}06\ \text{m}}$$

$$= \mathbf{31{,}67\ €/m^2}$$

Quadratmeterpreis €/m²

$$= \frac{\text{Längenpreis in €/m}}{\text{Breite } b \text{ in m}}$$

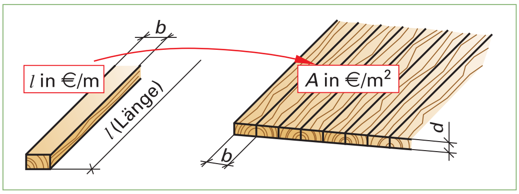


Bild 4

8.1.8 Umrechnung von Längenpreis in Kubikmeterpreis

Beispiel: Latten 30 × 50 mm werden zu einem Preis von 1,05 €/m verkauft.
Wie viel kostet 1 m³ bei einer Breite von 50 mm?

Lösung: Kubikmeterpreis in €/m³

$$= \frac{\text{Längenpreis in €/m}}{\text{Querschnittsfläche } A \text{ in m}^2}$$

$$= \frac{1{,}05\ \text{€/m}}{0{,}03\ \text{m} \cdot 0{,}05\ \text{m}} = \mathbf{700{,}00\ €/m^3}$$

Kubikmeterpreis €/m³

$$= \frac{\text{Längenpreis in €/m}}{\text{Querschnittsfläche } A \text{ in m}^2}$$

8 Materialbedarf und Materialpreisberechnungen

8.1 Umrechnungen von Holzmengen und Preisen bei Schnittholz

Aufgaben zu 8.1.4

131.1 Der Preis für 1 Quadratmeter Brettware, 28 mm dick **(siehe Bild)**, beträgt 23,10 €.
Wie teuer ist 1 Kubikmeter?

131.2 Für einen Auftrag werden für 186 m^2 gehobelte Bretter, 30 mm dick, 3 760 € bezahlt.
Wie viel beträgt der Kubikmeterpreis?

Aufgaben zu 8.1.5

131.3 Für 1,24 Kubikmeter Kirschbaumbohlen, 40 mm dick **(siehe Bild)**, werden 1 925 € bezahlt. Berechnen Sie den Quadratmeterpreis.

131.4 Ein Auftrag umfasst 480 m^2 Fichtenbretter, 22 mm dick.

a) Berechnen Sie das Volumen in m^3.

b) Wie teuer ist 1 Quadratmeter, wenn der Preis für 1 Kubikmeter 440 € beträgt?

Aufgaben zu 8.1.6

131.5 Für die Fertigung von Blockrahmen für Innenturen aus einer Eichenbohle mit einer Dicke von 60 mm, einer Länge von 5,50 m und einer mittleren Breite von 48 cm werden 12 Rahmenteile mit den Fertigmaßen 55 × 70 × 2 500 mm zugeschnitten **(siehe Bild)**.

Berechnen Sie

a) den Verschnittzuschlag in Prozent,

b) die Kosten der Bohle bei 1 400 €/m^3,

c) den Preis je m^2 der Bohle,

d) den Materialpreis der Rahmenteile pro Meter.

131.6 Für die Kalkulation ist der Materialpreis für fertige Fensterrahmenhölzer mit den Maßen 80 × 100 × 4 500 mm von 36,25 €/m^2 auf den Längenpreis umzurechnen.

Aufgaben zu 8.1.7

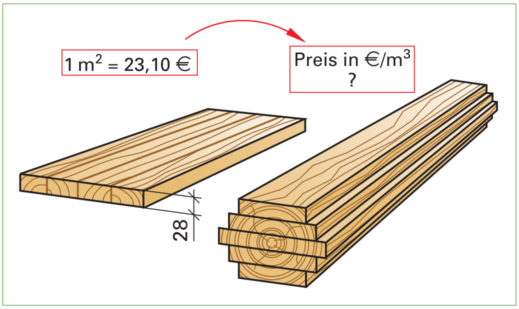
131.7 Für Kanthölzer 6 × 6 cm wurden 2,10 €/m bezahlt.

Wie hoch ist der Preis pro m^2?

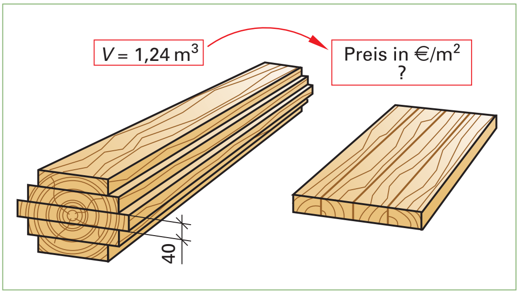
Aufgaben zu 8.1.8

131.8 Für Kanthölzer 6 × 8 cm werden 2,80 €/m verlangt.
Wie hoch war der Preis pro m^3 beim Einkauf bei einer Breite von 80 mm?

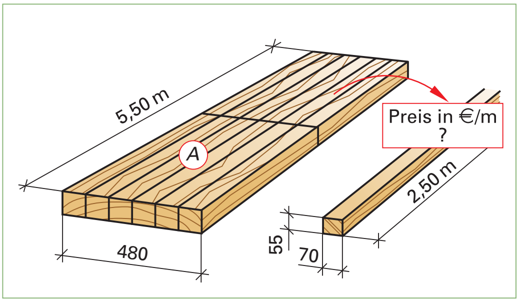
131.9 Ein Bund Dachlatten aus Fichte, 24 × 48 mm, enthält 35 Meter **(siehe Bild)**. Es wurden 0,60 €/m bezahlt.
Wie teuer ist 1 Kubikmeter?



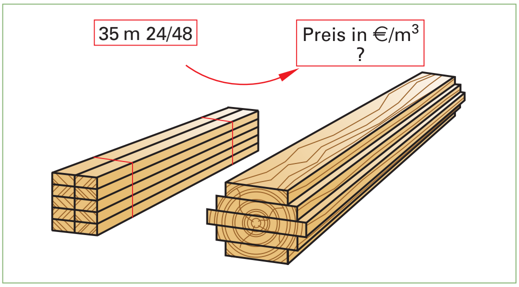
Aufgabe 131.1



Aufgabe 131.3



Aufgabe 131.5



Aufgabe 131.9

8.5.3 Kaufmännisches Mischungsrechnen

Für die Preisermittlung von Mischungen müssen die Einzelpreise der Stoffe und die einzelne Stoffmenge bekannt sein.

Bei Mischungen mit Massenteilen wird mit dem Preis/kg und bei Volumenteilen mit dem Preis/l gerechnet **(Bild 1)**.

Beispiel: Eine Leimmischung besteht aus 20 l Härterlösung (V_H) zu einem Preis von 0,65 €/l ($Preis_H$/l) und 60 l Flüssigleim (V_L) zu einem Preis von 2,45 €/l ($Preis_L$/l).

a) Wie viel kostet die Mischung?

b) Wie teuer ist 1 Liter der Mischung?

Lösung: a) Gesamtmenge der Mischung

V = 20 l Härter + 60 l Leim = 80 l

Preis der Mischung von 80 l

$= V_H \cdot Preis_H/l + V_L \cdot Preis_L/l$

= 20 l · 0,65 €/l + 60 l · 2,45 €/l

= 13,00 € + 147,00 € = **160,00 €**

b) Preis der Mischung für 1 Liter

$$= \frac{\text{Gesamtpreis der Mischung}}{\text{Gesamtmenge}}$$

$$= \frac{160{,}00\ €}{80\ l} = \mathbf{2{,}00\ €/l}$$

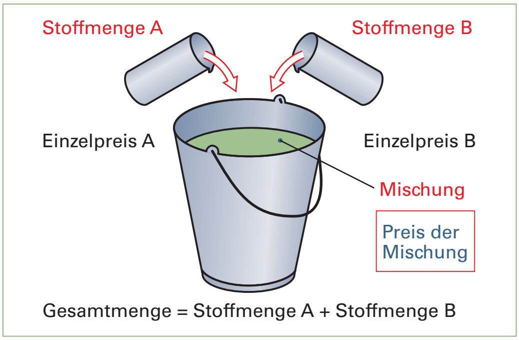


Bild 1

$$\text{Preis der Mischung pro kg} = \frac{\text{Menge A in kg} \times Preis_A/kg + \text{Menge B in kg} \times Preis_B/kg}{\text{Gesamtmenge in kg}}$$

$$\text{Preis der Mischung pro l} = \frac{\text{Menge A in l} \times Preis_A/l + \text{Menge B in l} \times Preis_B/l}{\text{Gesamtmenge in l}}$$

Allgemein:

$$\text{Preis der Mischung} = \frac{\text{Gesamtpreis der Mischung}}{\text{Gesamtmenge}}$$

Aufgaben zu 8.5.3 Kaufmännnisches Mischungsrechnen

146.1 Fünf Liter eines Stoffes A, Preis 2,25 €/l, werden mit 7 l eines Stoffes B, Preis 1,35 €/l gemischt.

Wie viel kostet 1 Liter der Mischung?

146.2 Eine Leimflotte von 8,5 kg zum Preis von 2,90 €/kg, wird mit 2 kg Streckmittel zum Preis von 0,75 €/kg gemischt.

Wie teuer ist 1 kg des gestreckten Leimes?

146.3 Drei Stoffe werden im Verhältnis 2 : 1 : 3 gemischt. Es sollen insgesamt 20 l Mischung hergestellt werden. Stoff A kostet 1,60 €/l, Stoff B kostet 1,20 €/l, Stoff C kostet 0,55 €/l.

Berechnen Sie den Preis/l der Mischung.

146.4 5 kg Leim werden 20 % (auf 5 kg) Streckmittel zugesetzt. 1 kg Leim kostet 3,25 €, 1 kg Streckmittel kostet 0,65 €.

Wie viel kostet 1 kg des gestreckten Leimes?

146.5 Es wurde ein Leimbedarf von 25 kg errechnet. Leimpulver, Härter und Wasser sollen im Verhältnis 6 : 1 : 1,5 gemischt werden.

Berechnen Sie den Preis/kg der Mischung, wenn 1 kg Leimpulver 2,45 €, 1 kg Härter 1,20 € und 1 m^3 Wasser 1,42 € kostet.

146.6 In einer Leimmischung von 15 l sind 20 % Härter enthalten. Wegen des zu erwartenden Leimdurchschlages wird noch 1/2 Liter Farbmischung hinzugegeben. Der Leim kostet 3,25 €/l, der Härter 0,90 €/l und die Farbmischung wird mit 0,60 €/l berechnet.

Wie viel kostet 1 Liter der eingefärbten Leimmischung?

146.7 Eine Mischung besteht aus 18 l des Stoffes A und 2,5 l des Stoffes B.

Der Preis der Mischung pro Liter beträgt 3,65 €.

Wie viel kostet 1 Liter des Stoffes B, wenn für den Stoff A 3,00 €/l berechnet werden?

8.6 Stoffe zur Oberflächenbehandlung

8.6.1 Bedarfs- und Preisberechnungen

Die Berechnung des Bedarfs von Anstrichstoffen richtet sich nach der zu behandelnden Flächengröße und der Schichtdicke in Abhängigkeit der Verbrauchsmenge in l/m² oder cm³/m².

Im Handel werden Farben und Lacke in kg, l und ml unter Angabe der Ergiebigkeit oder des Verbrauchs angeboten.

Die Ergiebigkeit (in m²/l) gibt die Größe der Fläche in m² an, die mit 1 l oder 1 cm³ (1 l = 1 000 cm³; 1 ml = 1 cm³) Anstrichmittel beschichtet werden kann.

Der Verbrauch (in l/m² oder cm³/m²) gibt die Menge des Anstrichmittels in l oder cm³ an, die pro Quadratmeter (1 m²) benötigt wird.

Hierbei wird mit 1 cm³ des Mittels auf die Fläche von 1 m² eine Nassfilmdicke von 1 µm (1 Mikrometer) erzielt.

Beispiel: Ein Lackhersteller gibt den Verbrauch einer Lackfarbe mit 60 cm³/m² an. Für wie viel Quadratmeter reicht ein Liter?

Lösung:

$$\text{Ergiebigkeit} = \frac{1}{\text{Verbrauch (l/m}^2\text{)}}$$

$$= \frac{1}{0{,}060\ \text{l/m}^2} = \mathbf{16{,}66\ m^2/l}$$

$$\text{Lackfläche in m}^2 = \frac{\text{Lackmenge in l}}{\text{Verbrauch in l/m}^2}$$

$$= \frac{1\ \text{l}}{0{,}060\ \text{l/m}^2} = \mathbf{16{,}66\ m^2}$$

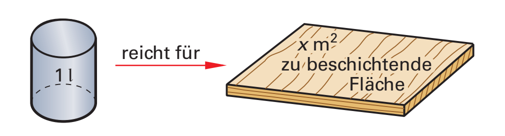


Bild 1: Ergiebigkeit

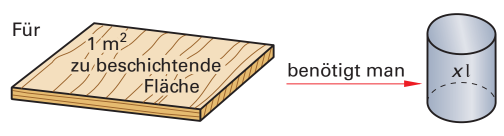


Bild 2: Verbrauch

$$\text{Lackfläche in m}^2 = \text{Lackmenge in l} \times \text{Ergiebigkeit in m}^2\text{/l}$$

$$\text{Lackmenge in l} = \frac{\text{Lackfläche in m}^2}{\text{Ergiebigkeit in m}^2\text{/l}}$$

$$\text{Ergiebigkeit in m}^2\text{/l} = \frac{\text{Lackfläche in m}^2}{\text{Lackmenge in l}}$$

$$\text{Ergiebigkeit in m}^2\text{/l} = \frac{1}{\text{Verbrauch (l/m}^2\text{)}}$$

$$\text{Lackmenge in l} = \text{Lackfläche in m}^2 \times \text{Verbrauch in l/m}^2$$

$$\text{Lackfläche in m}^2 = \frac{\text{Lackmenge in l}}{\text{Verbrauch in l/m}^2}$$

$$\text{Verbrauch in l/m}^2 = \frac{\text{Lackmenge in l}}{\text{Lackfläche in m}^2}$$

$$\text{Verbrauch in l/m}^2 = \frac{1}{\text{Ergiebigkeit (m}^2\text{/l)}}$$

Tabelle: Auswahl von Stoffen zur Oberflächenbehandlung (Ergiebigkeit)

Holz-Beizen		**Lacke**	
Wasserbeizen	7–10 m²/l	NC-Lacke	5–8 m²/l
Lackbeizen	6–7 m²/l	Einkomponenten-Härterlacke SH	4–5 m²/l
Wachsbeize	6–8 m²/l	Zweikomponenten-Kunstharzlacke SH	7–8 m²/l
Hilfsmittel		Alkyd-Lacke	10–12 m²/l
Bleichmittel	8–15 m²/l	Zweikomponenten-Polyurethanlacke	8–10 m²/l
Abbeizer	1–2 m²/l	Wasserlacke (Acryl)	6–8 m²/l
Naturfarben (Pflanzenfarben)		**Lasuren**	
Pflanzen-Holzlasuren	8–10 m²/l	Holzschutzimprägnierungsmittel	10–12 m²/l
Naturholz-Ölimprägnierung	8–10 m²/l	Holzschutzlasur	10–12 m²/l
Natur-Wachse	5–6 m²/l	Lack-Lasur	10–12 m²/l

8.8 Materialliste

Für den Materialzuschnitt müssen die einzelnen Werkstücke oder Werkstückteile pro Erzeugnis oder Auftrag aufgelistet werden. Dies geschieht am zweckmäßigsten in einer Materialliste, auch Zuschnittliste oder Stückliste genannt. In den Materiallisten werden die einzelnen Werkstücke, Beschläge, Verbindungsmittel usw. nach Holzart, Werkstoffart, Beschlagsart und wenn möglich, auch nach Größen sortiert. Das heißt, in den Zeilen der Materialliste werden Vollholz und Plattenwerkstoffe nach Art und von der größten Dicke sowie größten Länge ausgehend sortiert aufgelistet (siehe auch Seite 233).

Bei Vollholz wird die Länge in Richtung des Faserverlaufs des Holzes gemessen, bei Plattenwerkstoffen in der Regel in der Richtung des zu beschichtenden Deckfurniers. Letzteres hat den Vorteil, dass die Längen- und Breitenmaße von Platten und Furnier identisch sind. (Hier sind die innerbetrieblichen Normen zu beachten!)

Beispiel: Von dem gezeichneten Regal sollen 3 Stück hergestellt werden. Stellen Sie die Materialliste auf **(Bild 1)**.

Angaben zur Ausführung:

Holzart in Lärche; Seiten und Böden 20 mm dick; Eckverbindungen gegratet, Grathöhe 7 mm; Rückwand aus Furnierplatte, 8 mm dick, in Böden und Seiten 14 mm eingefälzt; Sockel in Seiten eingenutet, Federlänge 7 mm.

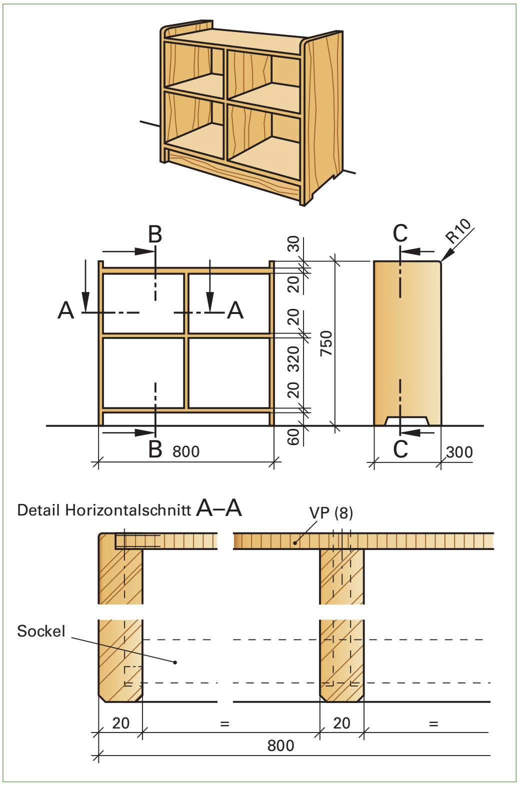


Bild 1: Regal in Lärche

MATERIALLISTE

Gegenstand: Regal in Lärche — Auftraggeber: Kindergarten

Stückzahl: 3 — Auftragnummer: 065431

lfd. Nr.	Verwendung	Material	Stück	Fertigmaße Länge in mm	Fertigmaße Breite in mm	Flächeninhalt in m²	Rohdicke/ Fertigdicke in mm	Nettomenge in m²	Verschnitt in %	Menge mit Verschnitt in m²
1	Regalseite, links	LÄ	3	750	300	0,675	25/20			
2	Regalseite, rechts	LÄ	3	750	300	0,675	25/20			
3	Mittelseite	LÄ	3	634	300	0,570	25/20			
4	Oberboden	LÄ	3	774	300	0,696	25/20			
5	Unterboden	LÄ	3	774	300	0,696	25/20			
6	Sockelblende	LÄ	3	774	60	0,054	25/20			
7	Zwischenboden	LÄ	6	384	300	0,691	25/20	4,057	55	6,288
8	Rückwand	VP	3	648	788	1,532	8	1,532	20	1,838

8 Materialbedarf und Materialpreisberechnungen

8.8 Materialliste

Aufgaben zu 8.8 – Materialliste

159.1 Von dem skizzierten Hängeregal in Kiefer sollen 4 Stück angefertigt werden.

Stellen Sie die Materialliste auf **(siehe Bild)**.

Angaben zur Ausführung:

Korpusseiten und -böden in Kiefer, 16 mm dick, Kanten gerundet; Fachboden und Oberboden 8 mm zurückgesetzt, Fachboden auf Bodenträgern, Oberboden mit Fingerzapfen; Unterboden mit Schwalbenschwanz-Zinkung; Aufhängung mittels Bettbeschlägen, Holzschrauben je Beschlag 2 Stück 3,5 × 25, DIN 97, Mauerdübel 8 mm, Schraube 5 × 50, DIN 95.

159.2 Ein Kunde bestellt zwei Hängeschränkchen mit Drehtüren.

Fertigen Sie die Materialliste an **(siehe Bild)**.

Angaben zur Ausführung:

Korpusseiten und -böden in Eiche, 18 mm dick; oberer Boden und Fachboden gegratet; unterer Boden gezinkt; Rückwand aus Furnierplatte, 6 mm dick, im Falz liegend.

Türen aus Brettern 62 × 20 mm, auf Gratleiste 40 × 25 mm, mit Zylinderbändern stumpf einliegend angeschlagen; Mittelanschlag überfälzt, mit Einsteckschloss verschlossen. Aufhängung des Hängeschränkchens durch Bettbeschlag.

159.3 Für einen Kunden soll ein kleines Flurschränkchen in Kiefer angefertigt werden.

Stellen Sie hierzu die Materialliste auf **(siehe Bild)**.

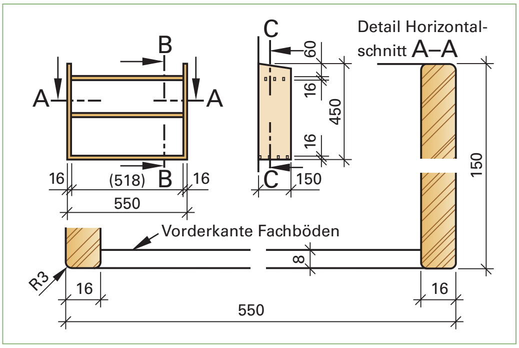
Angaben zur Ausführung:

Seiten, Böden und Sockel in Kiefer, Vollholz 22 mm dick; ein Fachboden 10 mm gegenüber der Korpuskante zurückgesetzt, 20 mm dick; Korpus-Eckverbindungen offene Schwalbenschwanz-Zinkung; Sockel-Eckverbindung auf Gehrung gedübelt; Rückwand 8 mm Furniersperrholz, 14 mm eingefälzt, eingeschraubt.

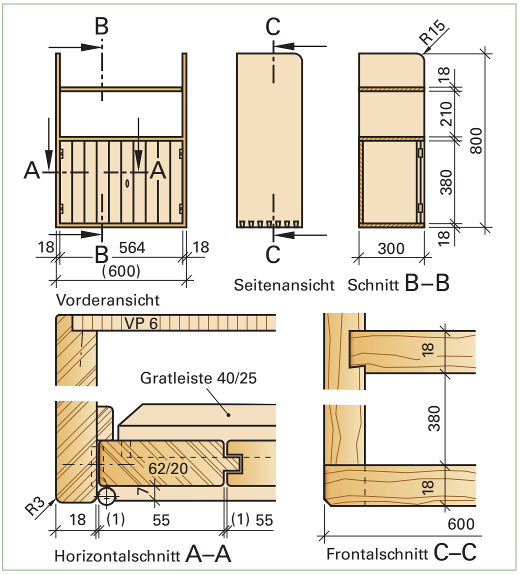
Verbindung des Sockels mit dem Korpus durch Nutklötze, 40 × 40 × 20 mm.

Türen in Vollholz-Brettkonstruktion, Bretter 62 × 22 mm mit angeschnittener Feder; Querriegel, 76 × 22, mit Nutzapfen und mit jedem zweiten Brett der aufrechten Verbretterung durch Dübel verbunden; stumpf aufschlagend mit Messingscharnieren angeschlagen; durch Schubstangenschloss verschlossen.

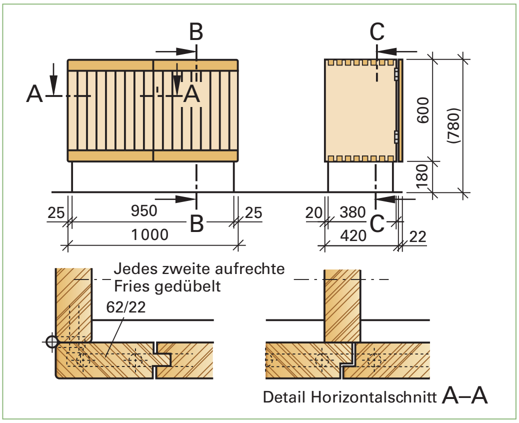
(Weitere Aufgaben Seite 234).



Aufgabe 159.1: Hängeregal



Aufgabe 159.2: Hängeschränkchen



Aufgabe 159.3: Flurschränkchen

9 Kräfte

9.1 Darstellen von Kräften

Kräfte sind die Ursache für Bewegungs-, Lage- und Formveränderungen von Körpern. So sind zum Beispiel für das Verfahren von Hubwagen, für das Spannen von Werkstücken und das Biegen von Hölzern Kräfte erforderlich.

Die **Einheit** der Kraft ist das **Newton** (N), $[F] = N$.

Ein Newton (1 N) ist die Kraft, die einem Körper mit der Masse von 1 kg die Beschleunigung von 1 m/s² erteilt.

Weitere Einheiten sind das Kilo-Newton (kN) und das Mega-Newton (MN). Die Umrechnungszahl je Einheit beträgt 1 000.

Formelzeichen	Bezeichnung	Einheit
F, F_1, F_2	Kräfte	N, kN, MN
F_R	result. Kraft	
F_G oder G	Gewichtskraft	$\frac{kg \cdot m}{s^2} = N$
M_K	Kräftemaßstab	N/cm; kN/cm
l, l_1, l_2	Pfeillängen	cm

Basiseinheit

$$1\ N = 1\ \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

Umrechnung der Einheiten

1 N	1 kN	1 MN	
1	1 000	1 000 000	N
0,001	1	1 000	kN
0,000 001	0,001	1	MN

Kräfte werden mit F (force) bezeichnet. Diejenige Kraft, mit der ein Körper zum Erdmittelpunkt hin angezogen wird, nennt man die Gewichtskraft G oder F_G eines Körpers.

Kräfte sind eindeutig bestimmt, wenn ihre Größe, ihre Richtung und Ihre Lage bekannt sind. Deshalb können Kräfte durch Pfeile (Vektoren) zeichnerisch dargestellt werden.

Die **Größe** der Kraft wird durch die **Pfeillänge (l)**, die Lage der Kraft wird durch **Angriffspunkt** und **Wirkungslinie**, die **Richtung** der Kraft wird durch den **Pfeil** dargestellt **(Bild 1)**.

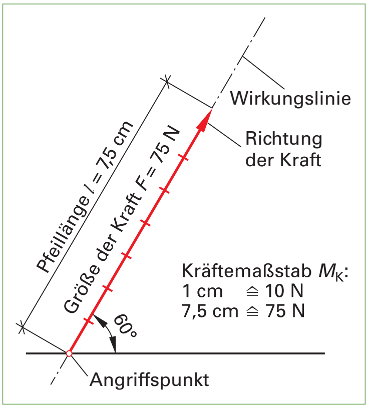


Bild 1

Für die zeichnerische Darstellung einer Kraft wird die erforderliche Pfeillänge l aus der Kraft F und dem Kräftemaßstab M_K berechnet.

$$\text{Pfeillänge} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Kräftemaßstab}}$$

$$l = \frac{F}{M_K}$$

Beispiel: Eine Kraft $F = 55$ N, die unter einem Winkel von 30° zur Waagerechten nach rechts oben wirkt, ist zeichnerisch darzustellen. Der Kräftemaßstab $M_K = 10$ N/cm.

Stellen Sie die Kraft zeichnerisch dar.

Lösung: $l = \frac{F}{M_K} = \frac{55\ N}{10\ N/cm} = \mathbf{5{,}5\ cm}$

Zeichnerische Darstellung siehe **Bild 2**.

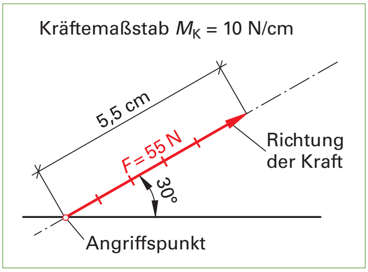


Bild 2

Aufgaben zu 9.1 – Darstellen von Kräften

160.1 Stellen Sie die in der Tabelle angegebenen Kräfte als Pfeile dar.

Kraft	F_1	F_2	F_3	F_4
Größe	180 N	420 N	240 kN	36 MN
Winkel	45°	60°	waagerecht	senkrecht
Richtung	rechts oben	links unten	nach links	nach oben
Kräftemaßstab M_K	$20\ \frac{N}{cm}$	$50\ \frac{N}{cm}$	$50\ \frac{kN}{cm}$	$10\ \frac{MN}{cm}$

9.2 Zusammensetzen und Zerlegen von Kräften

Zwei oder mehrere Kräfte können zu **einer** wirkenden Kraft zusammengefasst werden. Diese ermittelte Kraft wird als Ersatzkraft oder **resultierende Kraft F_R** bezeichnet.

Kräfte auf gleicher Wirkungslinie
Befinden sich Kräfte auf derselben Wirkungslinie und gehen sie alle in eine Richtung, werden die Kräfte addiert **(Bild 1)**.

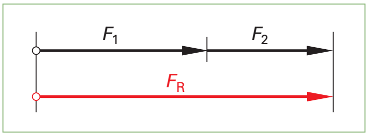


Bild 1

> resultierende Kraft = Summe der Teilkräfte

Beispiel 1: Um einen Wagen zu bewegen, bringt die eine schiebende Arbeitskraft 250 N, die andere schiebende 200 N und die ziehende Arbeitskraft 150 N auf. Zu zeichnen ist die gemeinsame horizontale Kraft mit einem Kräftemaßstab von 1 cm ≙ 200 N.

Lösung: $F_R = F_1 + F_2 + F_3 = 250\text{ N} + 200\text{ N} + 150\text{ N} = \mathbf{600\text{ N}}$

Pfeillängen $l_1 = \dfrac{F_1}{M_K} = \dfrac{250\text{ N}}{200\text{ N/cm}} = \mathbf{1{,}25\text{ cm}}$

$$l_2 = \frac{F_2}{M_K} = \frac{200\text{ N}}{200\text{ N/cm}} = \mathbf{1{,}0\text{ cm}}$$

$$l_3 = \frac{F_3}{M_K} = \frac{150\text{ N}}{200\text{ N/cm}} = \mathbf{0{,}75\text{ cm}}$$

$$l_R = \frac{F_R}{M_K} = \frac{600\text{ N}}{200\text{ N/cm}} = \mathbf{3{,}0\text{ cm}}$$

Zeichnerische Darstellung siehe **Bild 2**.

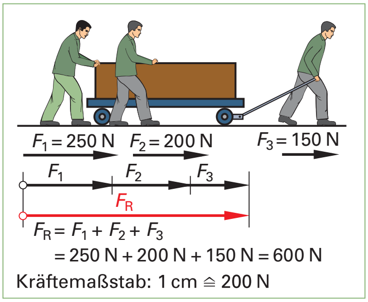


Bild 2

Befinden sich Kräfte auf derselben Wirkungslinie und gehen sie in entgegengesetzter Richtung, werden die Kräfte subtrahiert **(Bild 3)**.

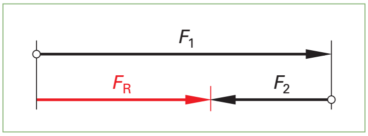


Bild 3

> resultierende Kraft = Differenz der Teilkräfte

Beispiel 2: Ein Mitarbeiter bringt eine Kraft von 40 N auf, um eine Bohle aus dem Lager zu ziehen. In dem skizzierten Moment ist eine Reibungskraft von 30 N zu überwinden. Zu zeichnen ist die beim Herausziehen in dieser Situation tatsächlich wirkende horizontale Kraft mit einem Kräftemaßstab von 1 cm ≙ 20 N.

Lösung: $F_R = F_1 - F_2 = 40\text{ N} - 30\text{ N} = 10\text{ N}$

$$l_1 = \frac{40\text{ N}}{20\text{ N/cm}} = \mathbf{2\text{ cm}}$$

$$l_2 = \frac{30\text{ N}}{20\text{ N/cm}} = \mathbf{1{,}5\text{ cm}}$$

$$l_R = \frac{10\text{ N}}{20\text{ N/cm}} = \mathbf{0{,}5\text{ cm}}$$

Zeichnerische Lösung siehe **Bild 4**.

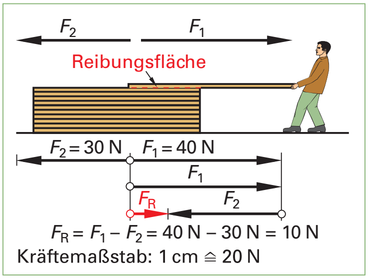


Bild 4

Kräfte auf sich schneidender Wirkungslinie
Wirken zwei Kräfte auf verschiedenen Linien, die sich in einem Punkt schneiden, dann kann die resultierende Kraft mithilfe des Parallelogramms oder eines Kräftedreiecks ermittelt werden. Beim Kräfteparallelogramm ist die Resultierende F_R die Diagonale in diesem Parallelogramm, das aus den Seiten F_1 und F_2 gebildet wird **(Bild 5)**.

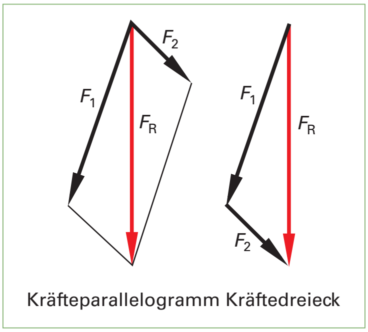


Bild 5

> resultierende Kraft = Diagonale im Kräfteparallelogramm

Beim Kraftdreieck werden die Kräfte F_1 und F_2 in Größe und Richtung aneinander gesetzt. Die resultierende Kraft F_R ist die Verbindung des Anfangspunktes der Kraft F_1 mit dem Endpunkt der Kraft F_2 **(Bild 161/5)**.

> resultierende Kraft = Verbindungslinie der Eckpunkte im Kraftdreieck

Beispiel 3: In einem Dachtragwerk treffen am Fußpunkt aus dem Pfosten **(Bild 1)** die Kraft F_1 = 13 kN unter 90° und aus der Strebe die Kraft F_2 = 16 kN unter 60° zusammen. Wie groß ist die resultierende Kraft am Fußpunkt F_R (M_K = 10 kN/cm)?

Lösung:

$$l_1 = \frac{13\ \text{kN}}{10\ \text{kN/cm}} = \mathbf{1{,}3\ cm}$$

$$l_2 = \frac{16\ \text{kN}}{10\ \text{kN/cm}} = \mathbf{1{,}6\ cm}$$

l_R = 2,8 cm, aus Zeichnung gemessen **(Bild 1)**

$$F_R = l_R \cdot M_K$$

$$= 2{,}8 \cdot 10\ \text{kN/cm} = \mathbf{28\ kN}$$

Eine Kraft F kann auch in zwei Teilkräfte F_1 und F_2 mit verschiedenen Wirkungslinien zerlegt werden. Dies erfolgt umgekehrt wie das Zusammensetzen der Kräfte. Die zwei zerlegten Teilkräfte haben zusammen dieselbe Wirkung wie die unzerlegten **(Bild 2)**.

Beispiel 4: Im Kellergang soll eine Absaugleitung an Drahtseilen abgehängt werden. Bei den vorgesehenen Abständen wird pro Abhängung eine Gewichtskraft von 500 N angenommen. Wie groß sind die Kräfte in den Seilzügen, wenn diese unter einem Winkel von 60° und 30° an den Wänden befestigt werden **(Bild 3)**? Kräftemaßstab M_K = 200 N/cm.

Lösung:

$$l_G = \frac{F_G}{M_K} = \frac{500\ \text{N}}{200\ \text{N/cm}} = \mathbf{2{,}5\ cm}$$

gemessene Pfeillängen: l_1 = 1,25 cm, l_2 = **2,15 cm**

$$F_1 = l_1 \cdot M_K = 1{,}25\ \text{cm} \cdot 200\ \frac{\text{N}}{\text{cm}} = \mathbf{250\ N}$$

$$F_2 = l_2 \cdot M_K = 2{,}15\ \text{cm} \cdot 200\ \frac{\text{N}}{\text{cm}} = \mathbf{430\ N}$$

Gleichgewicht von Kräften

Kräfte sind im Gleichgewicht, wenn die Summe der auf gleicher Wirkungslinie liegenden Kräfte gleich der Summe der entgegengesetzt auf dieser Wirkungslinie liegenden Kräfte ist.

Die entgegengesetzten Kräfte erhalten ein negatives Vorzeichen. Die resultierende Kraft F_R ist in diesem Fall null **(Bild 4)**.

Das Gleichgewicht der Kräfte wird in der Statik angestrebt, wie zum Beispiel bei Auflagerkräften von Trägern oder der Bodenpressung von Stützenfundamenten **(Bild 5)**.

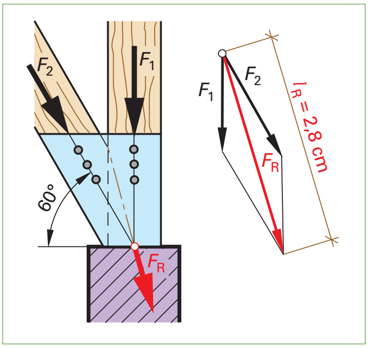


Bild 1

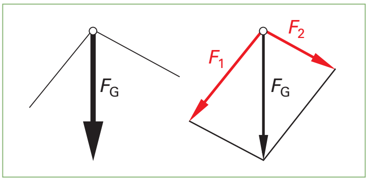


Bild 2

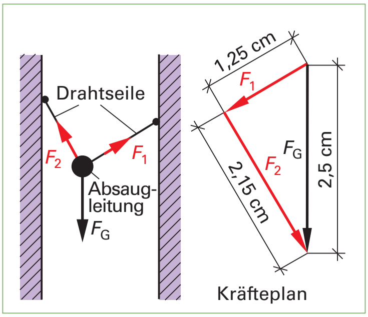


Bild 3

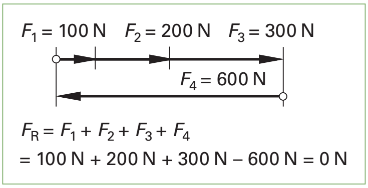


Bild 4

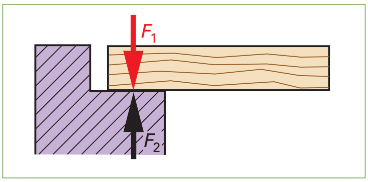


Bild 5

9.2 Zusammensetzen und Zerlegen von Kräften

Aufgaben zu 9.2 Zusammensetzen und Zerlegen von Kräften

163.1 Die Kopfbänder eines Dachstuhles werden unter 45° (60°) in den Pfosten eingeschnitten. In beiden Kopfbändern kommt je eine Kraft F_1 und F_2 von 42 kN (54 kN) aus dem Dach herunter.

Ermitteln Sie zeichnerisch die resultierende Kraft F_R in kN im Pfosten des Dachstuhles **(siehe Bild)**. M_K = 10 kN/cm.

163.2 In einer Vorrichtung sind zwei Druckluftzylinder unter einem Winkel von 90° zueinander angeordnet, um Ecken zu verpressen **(siehe Bild)**. Jeder Druckluftzylinder erzeugt einen Druck von 150 N (240 N).

Wie groß ist die resultierende Kraft in N?

163.3 Zwei Kräfte greifen unter dem Winkel α an einer Befestigungslasche an.

Ermitteln Sie zeichnerisch die Lage und die Größe der resultierenden Kraft bei folgenden Belastungsfällen.

	Fall 1	Fall 2	Fall 3	Fall 4
Winkel α	30°	45°	60°	90°
Kraft F_1	250 N	1 500 N	2 450 N	178 N
Kraft F_2	456 N	975 N	1 450 N	266 N

163.4 Im Spanplattenlager ist ein Galgen mit Hebezeug und Spanplattenaufnahme installiert **(siehe Bild)**. Der Ausleger ist 2,40 m lang. Der Druckstab liegt waagerecht und der Zugstab hat einen Winkel von 30°.

Wie groß sind die Kräfte im Zug- und im Druckstab, wenn mit einer Gewichtskraft F_G von 2 500 N zu rechnen ist?

163.5 Am oberen Band einer Schallschutztür greift unter 30° eine Kraft F von 380 N an.

Wie groß sind die Vertikalkraft F_v und die Horizontalkraft F_h an dem Band? Lösung zeichnerisch, M_K = 100 N/cm, und rechnerisch **(siehe Bild)**.

163.6 Eine Kette kann mit F = 12 kN belastet werden. Mit ihr werden Holzstapel angehoben.

Wie groß ist die jeweils zulässige Gewichtskraft F_G bei den verschiedenen Lastzugwinkeln von 90° und 120°? (Kräftemaßstab M_K = 2 kN/cm, **siehe Bild**).

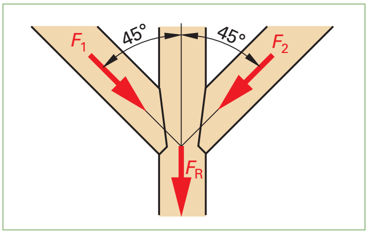
163.7 Aus dem Dach kommen in der Strebe F = 25 kN herunter. Die Strebe ist unter 45° in den Deckenbalken eingeschnitten.

Wie groß ist die Horizontalkraft F_h und die Vertikalkraft F_v im Auflagerpunkt **(siehe Bild)**?

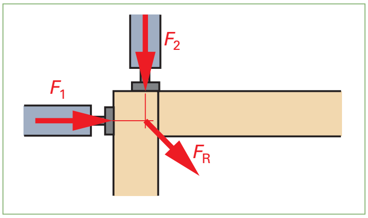
163.8 Aus einem Dach kommen in der Strebe F = 25 kN herunter. Die Strebe ist hier unter einem Winkel von 60° in den Deckenbalken eingeschnitten.

Wie groß ist die Horizontalkraft F_h und die Vertikalkraft F_v im Auflagerpunkt (sinngemäß Bild der Aufgabe 163.7)?

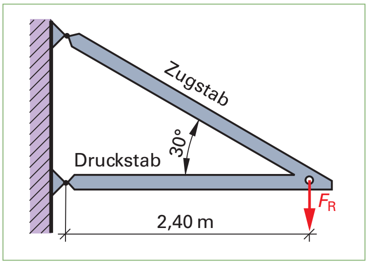
Vergleichen Sie die Ergebnisse der Aufgabe 163.7 mit 163.8.



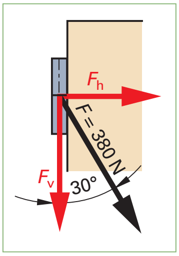
Aufgabe 163.1



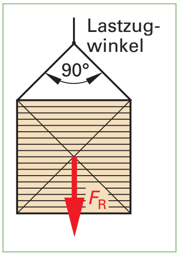
Aufgabe 163.2



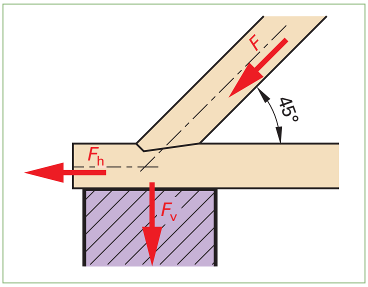
Aufgabe 163.4



Aufgabe 163.5



Aufgabe 163.6



Aufgabe 163.7

15.1.3 Luftfeuchte

Bei der Luftfeuchte werden drei Arten unterschieden:

1. Die **absolute Luftfeuchte** (f_{abs} in g/m³) (effektiv vorhandene Feuchtigkeit) gibt an, wieviel Gramm Wasserdampf in 1 m³ Luft enthalten ist.
2. Die **maximale Luftfeuchte** ($f_{sätt}$ in g/m³) oder gesättigte feuchte Luft gibt an, wie viel Gramm Wasserdampf 1 m³ Luft bei einer bestimmten Lufttemperatur höchstens aufnehmen kann. Je wärmer die Luft ist, desto mehr Feuchtigkeit kann sie aufnehmen.
3. Die **relative Luftfeuchte** φ in % (Aufnahmefähigkeit an Feuchtigkeit) ist das Verhältnis der im Raum wirklich vorhandenen Wasserdampfmenge (absolute Luftfeuchte) zu der bei gleicher Temperatur möglichen Höchstmenge (maximale Luftfeuchte). Sie gibt also an, wie viel Prozent von der möglichen Wasserdampfhöchstmenge bei einer bestimmten Lufttemperatur tatsächlich vorhanden ist. Sie kann 0 % bis 100 % betragen **(Bild 1)**.

Beispiel: Bei 25 °C Lufttemperatur beträgt die relative Luftfeuchte 80 %. Wie groß ist die absolute Luftfeuchte und die maximale Luftfeuchte?

Lösung: nach dem Diagramm:

a) $f_{abs} \approx 17$ g/m³

b) $f_{sätt} \approx 25$ g/m³

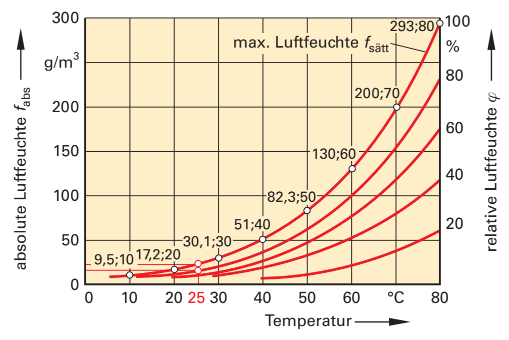


Bild 1: Wasseraufnahmefähigkeit der Luft

Relative Luftfeuchte

$$= \frac{\text{abs. Luftfeuchte (g/m}^3) \times 100\,\%}{\text{max. Luftfeuchte (g/m}^3)}$$

$$\varphi = \frac{f_{abs}}{f_{sätt}} \cdot 100\,\%$$

15.1.4 Holzfeuchtegleichgewicht u_{gl}

Das Holz soll entsprechend seinem Verwendungszweck eine bestimmte Holzfeuchte haben. Die Holztrocknung kann im Freien oder durch technische Holztrocknung erfolgen. Für die Trocknung des Holzes auf Soll-Feuchte-Werte ist das hygroskopische Verhalten des Holzes ausschlaggebend. Holz passt seine Holzfeuchte nach einer Ausgleichszeit der relativen Luftfeuchte bei gegebener Lufttemperatur an und die Holzfeuchte steht dann im Gleichgewicht.

Beträgt z. B. die Lufttemperatur 10 °C und die relative Luftfeuchte 75 %, so erreicht ein in diesem Klima vorhandenes Holz ein Holzfeuchtegleichgewicht u_{gl} von 15 %. Herrscht in einer Trockenkammer eine Temperatur von 60 °C und eine relative Luftfeuchte von 40 %, so würde das Holz in der Kammer nach einer gewissen Zeit ein u_{gl} von 6 % erreichen **(Bild 2)**.

Tabelle: Holzfeuchtegleichgewicht u_{gl} in %

rel. Luftfeuchte φ							
100 %	33,0	31,0	30,0	29,0	28,0	27,0	26,0
90 %	21,0	21,0	20,0	19,0	18,0	17,0	16,0
80 %	16,3	16,0	15,7	15,0	14,2	13,2	12,4
70 %	13,4	13,0	12,7	12,1	11,5	10,8	10,0
60 %	11,2	10,8	10,5	10,0	9,5	8,8	8,2
50 %	9,4	9,0	8,8	8,4	7,9	7,3	6,7
40 %	7,8	7,5	7,3	7,0	6,5	6,0	5,4
30 %	6,4	6,2	5,9	5,5	5,1	4,7	4,3
Lufttemperatur °C	10	20	30	40	50	60	70

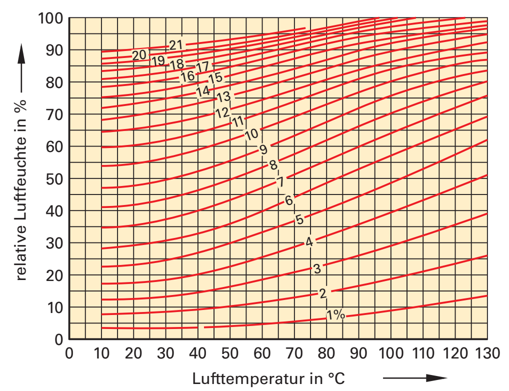


Bild 2: Holzfeuchtegleichgewicht u_{gl} in %

15.2 Holzschwund

15.2.1 Schwindung und Quellung

Das Schwinden und Quellen des Holzes findet im wesentlichen zwischen dem Fasersättigungsbereich (30 % Feuchte) und dem darrtrockenen Zustand (0 % Feuchte) statt. Die Schwindmaße eines zugeschnittenen Holzes sind abhängig von der Lage der Jahresringe und der Faserrichtung sowie von der Holzart **(Bild 1)**.

Wird zum Beispiel ein Stück Eichenholz mit einer fasergesättigten Holzfeuchte von $u_F = 25\,\%$ auf $u_0 = 0\,\%$ gedarrt, stellt man fest, dass die Schwindmaße des Stückes prozentual nicht in allen Richtungen gleich groß ist.

Beim abgebildeten Stück ergab sich folgender Schwund:

in Richtung der Holzfasern: 0,1 mm ≙ 0,1 %
in Richtung der Jahresringe: 3,9 mm ≙ 7,8 %
in Richtung der Markstrahlen: 2 mm ≙ 4 %

Schwindrichtungen und Schwindmaße

Die Schwindmaße sind auf die jeweiligen Schwindrichtungen zu den Jahresringen bezogen **(Bild 2)**. Man unterscheidet drei Schwind- bzw. Quellrichtungen:

Schwindrichtung	max. Schwindmaße
in Faserrichtung axial (längs)	$\beta_l \approx 0{,}1\,\%–0{,}3\,\%$
in Richtung der Markstrahlen radial	$\beta_r \approx 3\,\%–8\,\%$
in Richtung der Jahresringe tangential	$\beta_t \approx 5\,\%–12\,\%$

Bei den Schwindmaßen wird zwischen **maximalem Schwund** und tatsächlichem Schwund unterschieden **(Tabelle 1)**.

Maximaler Schwund. Die absoluten Schwindmaße β in % geben den maximalen Schwund bei einer Feuchteänderung des Holzes von der Fasersättigung (30 % Feuchte) bis zum Darrzustand (0 % Feuchte) an.

Tatsächlicher Schwund. Das differentielle Schwindmaß q in % gibt den tatsächlichen Schwund je 1 % Holzfeuchteabnahme an (nur für Holzfeuchtebereich 5 %–25 %).

Der tatsächliche Schwund ergibt sich z. B. wenn luftrockenes Holz mit 15 % Holzfeuchte in beheizten Räumen auf 8 % nachtrocknet.

Mit der Anfangsfeuchte u_a und der Endfeuchte u_e ergibt sich bei einer Holzfeuchtedifferenz von $\Delta u = u_a - u_e = 15\,\% - 8\,\% = 7\,\%$ aus dem Diagramm **Bild 3** ein tatsächlicher Schwund in Richtung der Jahresringe von $q_t = 1{,}9\,\%$.

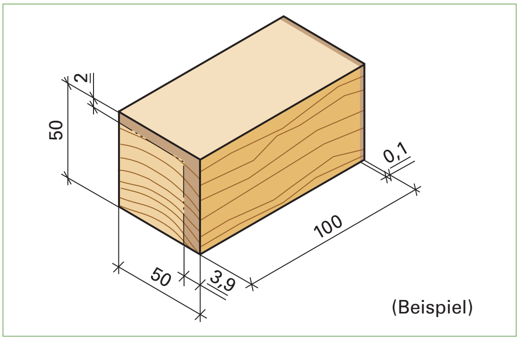


Bild 1

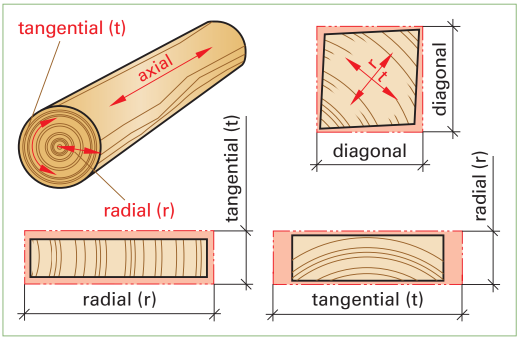


Bild 2

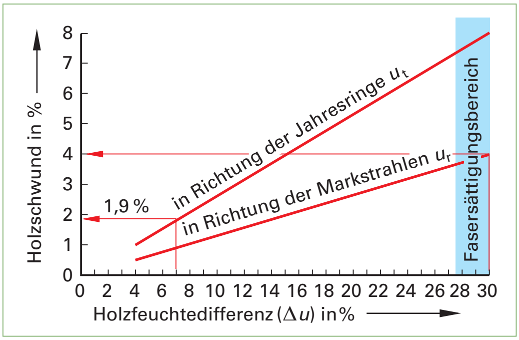


Bild 3

Tabelle 1: Durchschnittswerte zur überschlägigen Ermittlung des Holzschwundes

Schwind-richtung	maximales Schwindmaß β in %	tatsächliches Schwindmaß q in % pro 1 % Feuchte-änderung
axial	$\beta_l = 0{,}3\,\%$	$q_l = 0{,}01\,\%$
radial	$\beta_r = 4\,\%$	$q_r = 0{,}13\,\%$
tangential	$\beta_t = 8\,\%$	$q_t = 0{,}27\,\%$
diagonal*	$\beta_d = 6\,\%$	$q_d = 0{,}20\,\%$

*Mittelwert zwischen radial und tangential

17 Kostenrechnen, Kalkulation

17.1 Kostenbegriffe

Die **Kostenrechnung** erfasst die Kosten und Leistungen, die mit der Fertigung von Erzeugnissen zusammenhängen und gibt Aufschluss über die Kostenstruktur des Betriebes. Die Kostenrechnung gliedert sich in die Kostenartenrechnung, Kostenstellenrechnung und die Kostenträgerrechnung.

Kosten sind der in Geld ausgedrückte Einsatz des arbeitenden Menschen, der Werkstoffe, der Betriebsmittel, der Anlagen usw., die zur Erstellung eines Erzeugnisses benötigt werden. Diese Kosten werden entweder für eine Rechnungsperiode, z. B. pro Stunde, Monat bzw. Jahr, oder für eine Mengeneinheit, z. B. pro Stück bestimmt.

Kostenarten

Die im Betrieb anfallenden Kosten lassen sich verschiedenen Kostenarten **(Bild 1)** zuordnen. Man unterscheidet Materialkosten (siehe 17.2), Lohnkosten (siehe 17.3), Gemeinkosten (siehe 17.5) und sonstige Kosten.

> Bei der **Kostenartenrechnung** geht es darum, **welche** Kosten anfallen.

Ausgaben sind zeitpunktbezogene Zahlungen jeglicher Art und bedeuten einen Geldabfluß aus einem Unternehmen.

Beispiel: Montagefahrzeug wird am 11.05.2011 betankt und es wird bar bezahlt. **Einnahmen** sind zeitpunktbezogene Zahlungen jeglicher Art. Sie bedeuten einen Geldzufluss in das Unternehmen. Beispiel: Kunde Holzwarth bezahlt am 25.07.2011 die Rechnung.

Aufwand ist jeglicher Verbrauch von Gütern und Leistungen in einer Rechungsperiode. Aufwand und Ausgaben müssen also nicht direkt zur Erstellung der betrieblichen Leistung dienen. Sie unterscheiden sich dadurch von den Kosten.

Ertrag ist der in Geld bewertete Wertzuwachs eines Unternehmens innerhalb einer Rechnungsperiode und steht somit dem Aufwand gegenüber.

Kostenstellen

Kostenstellen **(Bild 2)** sind die verschiedenen Bereiche des Betriebes wie der Bankraum, der Maschinenraum oder die Maschinengruppe, die Oberflächenräume, die Montage usw.

> Die **Kostenstellenrechnung** befasst sich mit der Frage, **wo** die Kosten anfallen, die Kostenrechnerisch einzeln zu erfassen und abzurechnen sind.

Kostenträger

Kostenträger **(Bild 3)** sind Erzeugnisse, Aufträge oder Dienstleistungen, für die Kosten anfallen.

> Die **Kostenträgerrechnung** ist die eigentliche Kalkulation, hier wird ermittelt, **wofür** die Kosten anfallen.

Preis ist der in Geld ausgedrückte Wert eines Erzeugnisses oder einer Leistung. Die Höhe des Preises kann durch das Zusammenspiel von Angebot und Nachfrage auf dem Markt gebildet werden. Dies ist der **Marktpreis**. Die Unternehmen müssen die Preise kalkulieren. Dies ist der **kalkulatorische Preis** (s. 17.8).

Bild 1: Kostenarten

Bild 2: Kostenstellen

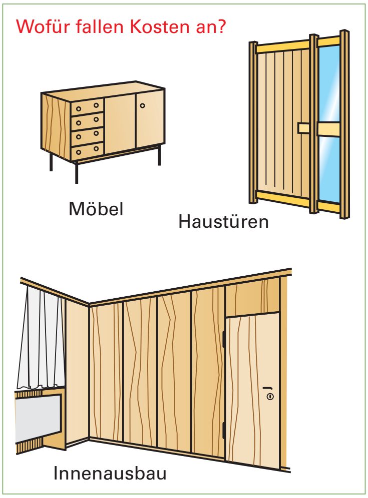


Bild 3: Kostenträger

17.2 Materialeinzelkosten

Bei den **Materialeinzelkosten** handelt es sich um die Kosten der unmittelbar für die Fertigung eines Erzeugnisses benötigten Werkstoffe wie Vollholz, Holzwerkstoffe und Furniere sowie um die Hilfswerkstoffe wie Beschläge, Verbindungsmittel, Leime und Lacke **(Bild 1)**.

Die benötigten Materialien werden in eine Materialliste eingetragen und hier möglichst nach Materialart und Größen sortiert.

Für Vollholz, Holzwerkstoffe, Kunststoffplatten und Furniere werden die Längen und Breiten der Fertigmaße in mm oder in cm angegeben, die daraus errechnete Nettomenge (Flächeninhalt) in m².

Während bei Plattenwerkstoffen nur die Fertigdicke in die Materialliste eingetragen wird, muss für Vollholz auch die Rohdicke in mm angegeben werden. Die Rohdicke wird bei Vollholz deshalb benötigt, um aus dem Kubikmeterpreis den Quadratmeterpreis errechnen zu können.

$$\text{Preis/m}^2 = \text{Preis/m}^3 \times \text{Rohdicke in m}$$

Leisten- und Profillängen können in Metern angegeben werden. Auf die errechneten Nettomengen in m², m³ oder m ist dann noch der Verschnitt aufzuschlagen. Die Menge einschließlich des Verschnitts ist mit dem Preis je Einheit (€/m, €/m², €/m³) zu multiplizieren, um die Materialeinzelkosten zu erhalten.

$$\text{Materialeinzelkosten} = (\text{Nettomenge} + \text{Verschnitt}) \times \text{Preis je Einheit}$$

Die Kosten für Leime und für Oberflächenbehandlungsmittel werden meistens über den Verbrauch in kg/m² mal dem Preis je Kilogramm errechnet. Die Kosten für Beschläge lassen sich aus der Stückzahl mal den Stückkosten ermitteln. Für Montageleim, kleine Verbindungsmittel wie Heftklammern, Nägel und Schrauben, wird meistens ein Pauschalpreis eingesetzt.

$$\text{Materialeinzelkosten} = \text{Menge} \times \text{Preis je Einheit}$$

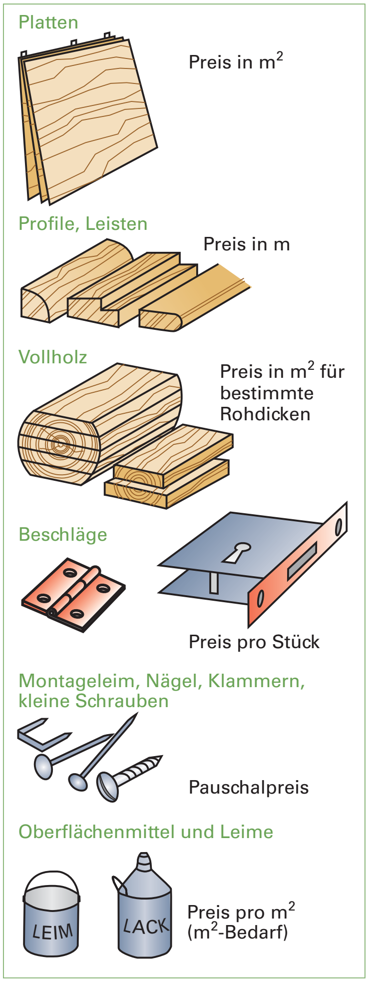


Bild 1: Materialeinzelkosten

Hinweis: Zur Berechnung der Materialkosten werden immer Nettopreise Verwendet.

MATERIALLISTE für die Vorkalkulation

Gegenstand: ____________ Auftraggeber: ____________

Stückzahl: ____________ Auftragnummer: ____________

Lfd. Nr.	Verwendung	Material	Stück	Fertigmaße Länge cm/mm	Fertigmaße Breite cm/mm	Flächeninhalt in m²	Rohdicke/ Fertigdicke in mm	Nettomenge in m² in m	Verschnitt in %	Menge mit Verschnitt in m² in m	Preis je Einheit in €	errechneter Preis in €
1												
2												

Kopf einer Materialliste (Beispiel)