Handbuch der Messtechnik

Bearbeitet von
Jörg Hoffmann

4., neu bearbeitete Auflage 2012. Buch. 816 S. Hardcover
ISBN 978 3 446 42736 5
Format (B x L): 17,9 x 24,7 cm
Gewicht: 1621 g

Weitere Fachgebiete > Technik > Technische Instrumentierung > Mess- und Automatisierungstechnik

Zu Inhalts- und Sachverzeichnis

Leseprobe

Handbuch der Messtechnik

ISBN: 978-3-446-42736-5

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

http://www.hanser.de/978-3-446-42736-5

sowie im Buchhandel.

2 Messen elektrischer Größen

Das Messen elektrischer Größen beschränkt sich hier auf die quantitative Bestimmung der Größen von drahtgebundenen Stromkreisen, d. h., elektromagnetische Wellenvorgänge im freien Raum sind ausgeklammert. Historisch gesehen interessierten nur die Größen der Elektroenergieerzeugung, -verteilung und -nutzung, jedoch mit der Entwicklung der Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik sowie der Nachrichtentechnik dienen elektrische Größen wie Spannung und Strom als Träger von Informationen. Sie werden zu Signalen (→ 1.8), ihre zeitlichen Verläufe sind je nach verwendetem Informationsparameter mannigfaltig.

2.1 Größen in Gleich- und Wechselspannungssystemen

Es werden die Grundgrößen und Grundgesetze des elektrischen Stromkreises bei Gleich- und Wechselspannung sowie wesentliche Zusammenhänge des Dreiphasenwechselspannungssystems dargestellt. Entsprechend der messtechnischen Vorgehensweise werden alle Zusammenhänge im Zeitbereich dargestellt. Auf die Analogien zwischen elektrischem Stromkreis und elektrischem bzw. magnetischem Feld wird eingegangen.

2.1.1 Gleichspannung und Gleichstrom /2.1/, /0.38/

Gleichspannung und **Gleichstrom** (direct voltage, direct current) sind elektrische Größen, deren Momentanwerte zu allen Zeitpunkten konstant sind (Bild 2.1).

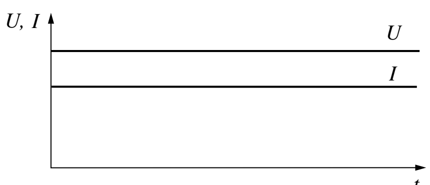

Bild 2.1 Verlauf von Gleichspannung und Gleichstrom

► *Beachte*: Die SI-Einheit der Spannung ist, unabhängig von ihrem Verlauf, $[U]$, $[u] = \mathrm{V}$ (Volt), die der Stromstärke $[I]$, $[i] = \mathrm{A}$ (Ampere).

Gleichspannungen treten in elektrischen Stromkreisen als *Quellenspannungen* und Spannungsabfälle auf. Bild 2.2 zeigt den Grundstromkreis, bestehend aus idealer Quellenspannung und Widerstand (→ 2.1.3) als Verbraucher mit den zugeordneten Zählrichtungen.

Die **Quellenspannung** ist der messbare Spannungsabfall einer Spannungsquelle und ist vom Plus- zum Minuspol gerichtet. Sie ist dem angetriebenen Strom entgegengerichtet (Bild 2.2).

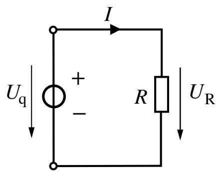

Bild 2.2 Grundstromkreis mit idealer Quellenspannung

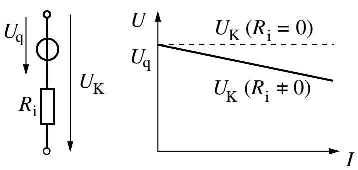

Bild 2.3 Reale Quellenspannung mit Spannungs-Stromkennlinien

Elektrische Quellenspannungen U_q entstehen, wenn Ladungen Q unterschiedlichen Vorzeichens durch äußere Energiezufuhr W getrennt werden.

$$U_q = \frac{W}{Q} \tag{2.1}$$

► *Beachte*: Die SI-Einheit der Ladung ist $[Q] = \mathrm{C}$ (Coulomb) $= \mathrm{A} \cdot \mathrm{s}$ (Amperesekunde).

Für praktische Anwendungen steht ein breites Angebot von Spannungsquellen als *Batterien* oder elektronisch *stabilisierte Netzgeräte* zur Verfügung. Batterien haben einen Innenwiderstand R_i, wodurch die Klemmenspannung U_K mit zu-

Tabelle 2.1 Auswahl von Spannungsquellen

Typ (Besonderheit)	Quellenspannungsbereich Kapazitätsbereich	Mögliche Anwendungen
Zink-Kohle-Batterie (einmalig entladbar)	(1,5 ... 9) V (400 ... 7 300) mAh	Beleuchtung, Rundfunkgeräte
Alkali-Mangan-Batterie (einmalig entladbar, hohe Energiedichte)	(1,5 ... 22,5) V (22 ... 18 000) mAh	Beleuchtung, Rundfunkgeräte, Warnblinkanlagen, Messgeräte, Uhren
Lithium-Mangandioxid-Batterie (einmalig entladbar, lange Lebensdauer)	(3 ... 6) V (35 ... 2 000) mAh	Uhren, Computer (als Pufferbatterie)
Nickel-Cadmium-Batterie (Akkumulator) (nachladbar, 100 bis 1 000 Ladezyklen)	(1,2 ... 9,6) V (40 ... 3 000) mAh	Funktelefon, Videotechnik, Elektrowerkzeuge
Bleibatterie (Akkumulator) (nachladbar, bis zu 2 000 Ladezyklen)	Zellenspannung 2 V (Reihenschaltung für höhere Spannungen) (1 ... 12 000) Ah	Elektrofahrzeuge, Pufferung für Bordnetze, Notstromversorgung, Elektrowerkzeuge
Elektronische Netzgeräte (Wechselspannung gleichgerichtet und geglättet, auch als Konstantstromquelle möglich)	(0 ... 100) V regelbar (0 ... 20) A regelbar	Betreiben elektronischer Schaltungen

nehmendem Strom abnimmt (Bild 2.3). Mit zunehmender Entladung steigt der Innenwiderstand. Elektronisch stabilisierte Netzgeräte regeln die Klemmenspannung bis zum Nennstrom auf einen konstanten Wert. Tabelle 2.1 zeigt eine Auswahl von Spannungsquellen.

Im geschlossenen Stromkreis (Bild 2.2) treibt die Quellenspannung einen elektrischen Strom an. Elektrischer Strom bedeutet die Bewegung von Ladungsträgern in elektrischen Leitern.

Die **elektrische Stromstärke** ist der Quotient aus der Ladungsmenge $\mathrm{d}Q$, die während der Zeit $\mathrm{d}t$ durch einen elektrischen Leiter fließt. Ist diese konstant, so handelt es sich um Gleichstrom. Die technisch positive Stromrichtung in einem Stromkreis ist vom Plus- zum Minuspol der Quellenspannung gerichtet.

Augenblickswert der Stromstärke:

$$i = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} \tag{2.2}$$

Gleichstrom:

$$I = \frac{Q}{t} \tag{2.3}$$

Beim Fließen des Stromes durch einen Widerstand (→ 2.1.3) wird in diesem die *Energie W* umgesetzt, die der Spannungsquelle entzogen wird. Diese Arbeit wird durch die Bewegung der elektrischen Ladung Q verrichtet. Es entsteht ein Spannungsabfall U.

Die **elektrische Spannung (Spannungsabfall)** ist der Quotient aus der zur Verschiebung der Ladung erforderlichen Arbeit W und der Ladung Q. Der Spannungsabfall hat die gleiche Richtung wie der fließende Strom.

$$U = \frac{W}{Q} \tag{2.4}$$

$$U = IR \tag{2.5}$$

Die Gl. 2.5 ist die Strom-Spannungs-Beziehung (→ 2.1.3).

2.1.2 Wechselspannung und Wechselstrom /2.1/, /0.38/

Wechselspannung und Wechselstrom (alternating voltage, alternating current) sind elektrische Größen, deren Momentanwerte sich nach dem Zeitintervall T (Periode) wiederholen und deren arithmetische Mittelwerte (Gl. 2.12) gleich null sind.

In der Regel haben Wechselspannung und Wechselstrom einen zeitlich sinusförmigen Verlauf (Bild 2.4). Die Momentanwerte von Wechselspannung und Wechselstrom werden durch die Gln. 2.6 und 2.7 beschrieben.

$$u(t) = \hat{u}\sin\omega t \tag{2.6}$$

$$i(t) = \hat{i}\sin(\omega t - \varphi) \tag{2.7}$$

Kennwerte dieser Gleichungen sind die *Spitzen-* oder *Scheitelwerte* $\hat{u}$ und $\hat{i}$, die *Kreisfrequenz* ω und der *Phasenwinkel* φ.

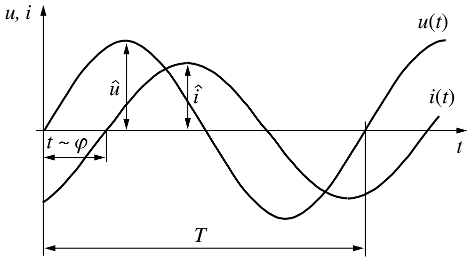

Bild 2.4 Wechselspannungs- und Wechselstromverlauf

Die **Kreisfrequenz** ist das 2π-fache der Frequenz.

$$\omega = 2\pi f \tag{2.8}$$

Die **Frequenz** f ist der Kehrwert der *Periodendauer* T und gibt an, wie oft sich die Schwingung je Zeiteinheit wiederholt.

$$f = \frac{1}{T} \tag{2.9}$$

► *Beachte*: Die SI-Einheit der Frequenz ist $[f] = \mathrm{Hz}\ (\text{Hertz}) = \frac{1}{\mathrm{s}}$.

❑ *Beispiele* für technische Frequenzen sind 50 Hz in der Elektroenergieversorgung in Deutschland, 60 Hz in den USA und in Europa im Bereich der Traktion 16 2/3 Hz oder 50 Hz.

Der **Phasenwinkel** φ gibt die zeitliche Verschiebung zweier Wechselgrößen im Winkel- oder Bogenmaß an.

$$\varphi = \frac{360°}{T}t, \qquad \varphi = \frac{2\pi}{T}t \tag{2.10}$$

► *Beachte*: Im Bild 2.4 eilt der Strom der Spannung zeitlich nach. In Gl. 2.7 steht demzufolge $-\varphi$. In der Bezeichnung wird nicht zwischen Bogen- und Winkelmaß unterschieden.

Definitionsgemäß müssen die Wechselgrößen Spannung und Strom nicht unbedingt rein sinusförmig sein. In der Praxis verursachen nichtlineare Verbraucher unerwünschte Oberschwingungen (Bild 2.5).

Periodische nichtsinusförmige Spannungen $u(t)$ und **Ströme** $i(t)$ lassen sich als Summe von Sinusschwingungen (Harmonischen) unterschiedlicher Frequenzen mit zugeordneten Amplituden und Phasenwinkeln darstellen (Gl. 2.11).

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} \hat{x}_i \sin(\omega_i t - \varphi_i) \tag{2.11}$$

x steht für u oder i, die Größe n ist durch die Anzahl der Harmonischen gegeben.

❑ *Beispiele* für nichtlineare Verbraucher sind z. B. geregelte Antriebe, Fernseher, Lichtbogenschmelzöfen.

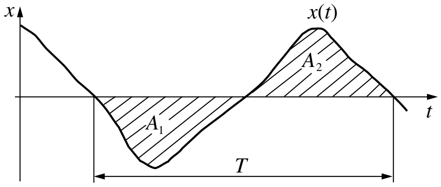

Bild 2.5 Periodische nichtsinusförmige Funktion

Kenngrößen zur Bewertung von Wechselgrößen:

Arithmetischer Mittelwert (Gleichwert)

Der **Gleichwert** ist der arithmetische Mittelwert der Spannung oder des Stromes über eine Periode.

$$\overline{X} = \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} x(t)\,\mathrm{d}t \tag{2.12}$$

Gl. 2.12 ist geeignet, festzustellen, ob die Funktion $x(t)$ eine reine Wechselgröße ist (Bild 2.5), d. h. $A_1 + A_2 = 0$ und $\overline{X} = 0$ (A_1 geht in den Integralwert negativ ein).

Gleichrichtwert

Der **Gleichrichtwert** ist der arithmetische Mittelwert des Betrages von Spannung oder Strom einer Periode.

$$\overline{|X|} = \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} |x(t)|\,\mathrm{d}t \tag{2.13}$$

Die Betragsbildung bedeutet, dass die negativen Halbwellen der Wechselgrößen (Bild 2.4, Bild 2.5) in den positiven Bereich geklappt werden und davon der arithmetische Mittelwert gebildet wird. Der Gleichrichtwert ist für die Messtechnik (→ 2.2) interessant, da sich unabhängig von der Frequenz bei sinusförmigen Wechselgrößen nach den Gln. 2.6 und 2.7 einfache Zusammenhänge zwischen Effektivwert und Spitzenwert nach Gl. 2.15 bzw. Effektivwert und Gleichrichtwert nach Gl. 2.17 ergeben.

Effektivwert

Der **Effektivwert** ist der quadratische Mittelwert von Spannung oder Strom einer Periode.

$$X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} x^2(t)\,\mathrm{d}\,t} \tag{2.14}$$

Die Effektivwerte der Spannung U und des Stromes I bewirken in einem ohmschen Widerstand (→ 2.1.3) den gleichen Energieumsatz (→ 2.1.6.1) in Form von Wärmeenergie wie die äquivalente Gleichspannung U oder die Gleichstromstärke I.

Scheitelfaktor

Der **Scheitelfaktor** ist das Verhältnis von Spitzenwert (Scheitelwert) zum Effektivwert von Spannung oder Strom.

$$k_\mathrm{s} = \frac{\hat{x}}{X} \tag{2.15}$$

Für reine Sinusgrößen gilt unabhängig von der Frequenz:

$$k_\mathrm{s} = \sqrt{2} \approx 1{,}414 \tag{2.16}$$

Damit sind die Spitzenwerte von Spannung $\hat{u}$ und Strom $\hat{i}$ aus gemessenen Effektivwerten einfach bestimmbar.

Formfaktor

Der **Formfaktor** ist das Verhältnis von Effektivwert zum Gleichrichtwert einer Wechselgröße.

$$k_\mathrm{f} = \frac{X}{\overline{|X|}} \tag{2.17}$$

Für reine Sinusgrößen gilt unabhängig von der Frequenz:

$$k_\mathrm{f} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1{,}11 \tag{2.18}$$

Damit sind Effektivwerte von Spannung U und Strom I für sinusförmige Wechselgrößen durch einfach zu messende Gleichrichtwerte bestimmbar. Für periodisch nichtsinusförmige Verläufe kann der Formfaktor je nach Kurvenform größer oder kleiner als dieser Wert sein.

Klirrfaktor /0.55/

Der **Klirrfaktor** ist das Verhältnis des Effektivwertes aller Oberschwingungen zum Effektivwert aller Harmonischen der oberschwingungsbehafteten Wechselgröße.

$$K = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=2}^{n} X_i^2}{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i^2}} \tag{2.19}$$

Bildet man nach Einsetzen von Gl. 2.11 in Gl. 2.14 den Effektivwert, so ergibt sich dieser aus der geometrischen Summe der Effektivwerte der einzelnen Harmonischen.

$$X = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} X_i^2} = \sqrt{X_i^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2} \tag{2.20}$$

Der Klirrfaktor ist zugleich ein Maß für die Oberwellenleistung zur Gesamtleistung eines nichtlinearen Verbrauchers.

2.1.3 Grundschaltelemente /2.1/, /0.38/

Grundschaltelemente des elektrischen Stromkreises sind der ohmsche Widerstand R (resistance), die Induktivität L (inductivity) und die Kapazität C (capacity). Die Schaltzeichen sind im Bild 2.6 dargestellt.

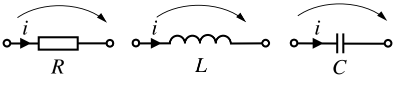

Bild 2.6 Schaltzeichen der Grundschaltelemente

Ohmscher Widerstand

Elektrische Leiter setzen dem Stromfluss einen Widerstand entgegen.

Der **ohmsche Widerstand** ist ein elektrischer Leiter, dessen Widerstand unabhängig von der Höhe des Stromes ist, Spannung und Strom sind proportional.

Das **ohmsche Gesetz** ist die Gleichung, die diesen Zusammenhang beschreibt.

$$R = \frac{u}{i} = \text{const.} \tag{2.21}$$

▶ *Beachte*: Die SI-Einheit des Widerstandes ist $[R] = \Omega$ (Ohm).

Bei Wechselgrößen ist gemäß der Definition der Phasenwinkel $\varphi = 0$ (Bild 2.4). Metallische Leiter verhalten sich bei konstanter Temperatur annähernd wie ohmsche Widerstände.

▶ *Beachte*: Viele halbleitende Widerstände (Dioden, Heißleiter, Kaltleiter) weisen diese Proportionalität nicht auf. Sie sind nur in einer Richtung leitend oder ändern ihren Widerstand in Abhängigkeit von der Stromstärke. Bei sinusförmigen Spannungsabfällen fließen oberschwingungsbehaftete Ströme.

Induktivität, induktiver Widerstand

Drosseln (Spulen) sind auf Spulenkerne aufgewickelte Drahtwindungen, wobei Querschnitt und Längen der Spulenkerne mit außen um die Spule geschlossenen Eisenkernen versehen sein können (ein Luftspalt kann eingebaut sein) oder auch völlig ohne Eisen ausgeführt sind.

Die **Induktivität** ist dadurch gekennzeichnet, dass ein von den stromdurchflossenen Leitern aufgebautes zeitlich veränderliches Magnetfeld gemäß dem Induktionsgesetz eine Spannung induziert, die nach der Lenzschen Regel der Bewegung der Ladungsträger entgegenwirkt und dadurch einen Spannungsabfall verursacht. Sie ist in der Lage, Energie zu speichern.

▶ *Beachte*: Die SI-Einheit der Induktivität ist $[L] = \mathrm{H}$ (Henry) $= \mathrm{V \cdot s/A}$.

Aus der Definition folgt, dass ein Spannungsabfall über eine Induktivität nur entsteht, wenn sich der Strom zeitlich ändert (Bild 2.6).

$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{2.22}$$

Bei sinusförmiger Spannung nach Bild 2.4 und Gl. 2.6 ist der Strom nach Gl. 2.7 um $\varphi = 90^\circ$ phasenverschoben (nacheilend). Für die Effektivwerte ergibt sich analog zum ohmschen Widerstand die Spannungs-Strom-Beziehung.

$$U = \omega L I \tag{2.23}$$

Der **induktive Widerstand** ist hierin

$$X_\mathrm{L} = \omega L \tag{2.24}$$

Reale Induktivitäten haben auch einen ohmschen Widerstand, da die Windungen aus Kupfer bestehen, d. h., es ist eine Reihenschaltung von R und L vorzusehen, und es ist $\varphi < 90^\circ$.

Kapazität, kapazitiver Widerstand

Kondensatoren sind isoliert zueinander angeordnete Metallplatten oder gewickelte Metallfolien, wobei zwischen den Elektroden ein Isolierstoff gebracht wird. Sie können auch aus beidseitig metallisierten Keramikplättchen aufgebaut sein.

Der **Kondensator** ist dadurch gekennzeichnet, dass er proportional zur Höhe der angelegten Spannung elektrische Ladung speichern kann. Das Speichervermögen ist die Kapazität C.

Die gespeicherte Ladungsmenge ist (Bild 2.6):

$$Q = CU \tag{2.25}$$

▶ *Beachte*: Die SI-Einheit der Kapazität ist $[C] = \mathrm{F}$ (Farad) $= \mathrm{A \cdot s/V}$.

Aufgrund der Stromdefinition $i = \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t$ (Gl. 2.2) fließt durch einen Kondensator ein Strom, wenn sich der Spannungsabfall über ihn zeitlich ändert.

$$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{2.26}$$

Bei sinusförmiger Spannung nach Bild 2.4 und Gl. 2.6 ist der Strom durch den Kondensator um $\varphi = -90^\circ$ phasenverschoben (voreilend) zur Spannung. Für die Effektivwerte ergibt sich analog zum ohmschen Widerstand die Spannungs-Strom-Beziehung.

$$U = \frac{1}{\omega C} I \tag{2.27}$$

Der **kapazitive Widerstand** ergibt sich über die komplexe Rechnung zu

$$X_\mathrm{C} = -\frac{1}{\omega C} \tag{2.28}$$

Reale Kondensatoren haben durch Polarisationsvorgänge im Dielektrikum bei Wechselspannung dielektrische Verluste, die durch Parallelschaltung eines Widerstandes zur Kapazität ausgedrückt werden, dann ist für die Ersatzschaltung $|\varphi| < 90°$.

2.1.4 Wechselspannungen und Wechselströme im Dreiphasensystem /2.1/, /0.38/

Das **Dreiphasen-Wechselspannungssystem** (Drehstromsystem) (three-phase-alternating-voltage system) besteht im Bereich der Haushalte und industriellen Anwendungen bei Spannungen bis 1000 V aus drei spannungsführenden Leitern L_1, L_2 und L_3 sowie einem gemeinsam geerdeten Nullleiter.

▶ *Beachte*: Vereinzelt gibt es noch ältere Netze ohne Nullleiter, die aber umgestellt werden.

Die in den Kraftwerken erzeugten Quellenspannungen stehen nach Übertragung und Transformation dem Nutzer als reale Quellenspannungen (Klemmenspannungen) zur Verfügung (analog zur Gleichspannung nach Bild 2.3). An den Leitungsanschlusspunkten des Nutzers sind dann nach Bild 2.7 sechs unterschiedliche Spannungsverläufe abgreifbar.

Verbraucheranschluss zwischen Leiter und Nullleiter

Einphasige Verbraucher, z. B. zusammengesetzt aus Grundschaltelementen nach Bild 2.6, werden wahlweise an den Leitern L_1, L_2 oder L_3 und dem Nullleiter angeschlossen (Bild 2.7). Über dem Verbraucher fällt die Leiter-Nullleiterspannung ab.

Dreiphasige Verbraucher werden an den Leitern L_1, L_2 und L_3 angeschlossen und der Sternpunkt Sp der Sternschaltung wird mit dem Nullleiter verbunden. Auch wenn die Widerstände $R_1 \neq R_2 \neq R_3$ sind (unsymmetrische Last), fällt über die Widerstände R_1, R_2 und R_3 die jeweilige Leiter-Nullleiterspannung u_{1N}, u_{2N} und u_{3N} ab. Sind die Widerstände $R_1 = R_2 = R_3$, fließt gemäß Gl. 2.21 durch den Nullleiter kein Strom, da die Amplituden der drei Spannungen gleich groß sind und die Summe der Ströme $i_{L1} + i_{L2} + i_{L3} = 0$ wird. Dies ergibt sich aus den zeitlichen Verläufen der Spannungen (Bild 2.8). Sie werden durch die Gln. 2.29 beschrieben. Die Spannung u_{1N} ist phasenmäßig die Bezugsspannung und hat den Phasenwinkel $\varphi = 0$.

Ihre Effektivwerte sind nach Gl. 2.14 und Gl. 2.15 gleich groß und um $\sqrt{2}$ kleiner als ihre Spitzenwerte, d. h. $U = \dfrac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$.

$$\begin{aligned} u_{1N} &= \hat{u}\sin\omega t \\ u_{2N} &= \hat{u}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ u_{3N} &= \hat{u}\sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned} \tag{2.29}$$

▶ *Beispiel*: Der Effektivwert der Wechselspannung ist derzeitig im Haushalt $U = 230\,\text{V}$.

Je nach Art der Verbraucher sind die Leiterströme i_{L1}, i_{L2} und i_{L3} zu den Spannungen phasengleich oder phasenverschoben (→ 2.1.3).

Verbraucheranschluss zwischen den Leitern

Verbraucher in *Dreieckschaltung* nach Bild 2.7 und in *Sternschaltung* ohne Sternpunktverbindung mit dem Nullleiter, z. B. zusammengesetzt aus Grundschaltelementen nach Bild 2.6, werden an die Leiterspannungen u_{12}, u_{23} und u_{31} angeschlossen. Die Leiterspannungen berechnen sich nach dem Maschensatz zu $u_{12} = u_{1N} - u_{2N}$, $u_{23} = u_{2N} - u_{3N}$ und $u_{31} = u_{3N} - u_{1N}$. Durch Einsetzen der Gln. 2.29 erhält man die Leiter-Leiterspannungsverläufe.

$$\begin{aligned} u_{12} &= \sqrt{3}\cdot\hat{u}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \\ u_{23} &= \sqrt{3}\cdot\hat{u}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\ u_{31} &= \sqrt{3}\cdot\hat{u}\sin\left(\omega t - \frac{7}{6}\pi\right) \end{aligned} \tag{2.30}$$

Die *Leiterströme* sind je nach Art des Verbrauchers zu diesen Spannungen phasengleich oder phasenverschoben.

▶ *Beachte*: Die in den Gln. 2.30 angegebenen Phasenwinkel geben die Phasenverschiebungen gegenüber der Leiter-Nullspannung u_{1N} (Gl. 2.29) an.

Die Effektivwerte der Leiter-Leiterspannungen sind genau wie ihre Spitzenwerte um den Faktor $\sqrt{3}$ größer als die entsprechenden Werte der Leiter-Nullleiterspannungen, d. h. z. B.

$$U_{12} = \sqrt{3}\cdot U_{LN}$$

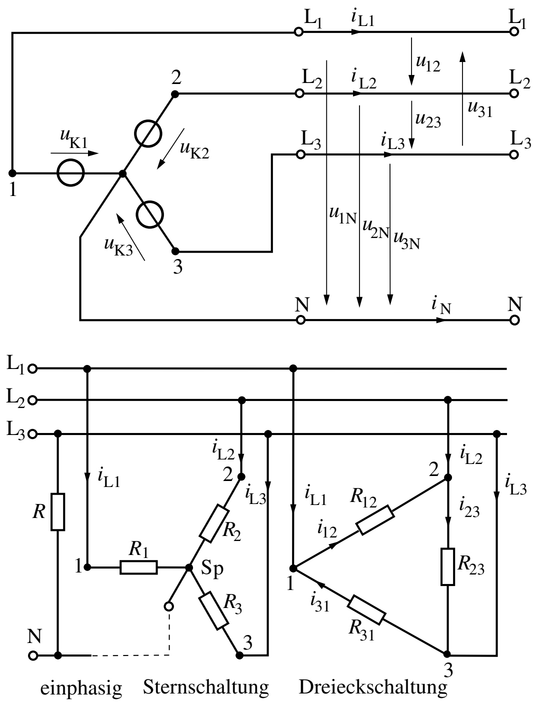

Bild 2.7 Spannungen und Verbraucheranschlüsse im Dreiphasensystem

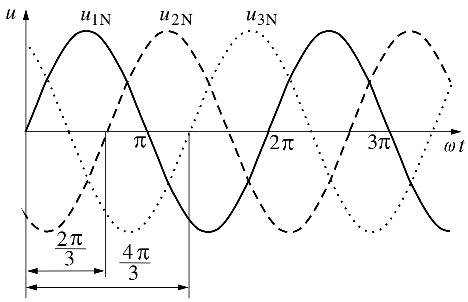

Bild 2.8 Leiter-Nullleiterspannungen im Dreiphasensystem

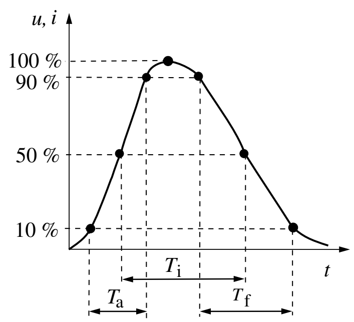

Bild 2.9 Impulskenngrößen

► *Beachte*: Bei der Dreieckschaltung nach Bild 2.7 sind die Ströme durch die Widerstände bei $R_{12} = R_{23} = R_{31}$ um den Faktor $\sqrt{3}$ kleiner als ihre Leiterströme, bei unsymmetrischer Last hat dieser Faktor u. U. für jeden Widerstand einen anderen Wert.

2.1.5 Impulsförmige und zufällige Spannungs- und Stromverläufe /2.1/, /2.2/

Impulsförmige und **zufällige Spannungs- und Stromverläufe** (pulse shape and stochastics voltage and current characteristics) sind nichtperiodische Größen.

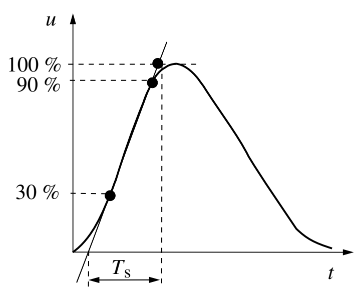

Bild 2.10 Stirnzeit einer Stoßspannung

Sie treten in elektrischen Kreisen bei Übergangsvorgängen oder als Störgrößen durch

Fremdbeeinflussung auf /2.3/ bzw. sind durch ein stochastisches Prozessverhalten bedingt. Impulsförmige Größen dienen andererseits z. B. zur Bestimmung der Übertragungseigenschaften von Messsystemen, der Abnahmeprüfung von Geräten der Elektroenergieversorgung /2.4/ und /2.5/ oder der Erkennung von Teilentladungen in Isolierstoffen /2.2/. Die Kenngrößen in den Bildern 2.9 und 2.10 haben folgende Bedeutung:

Spitzenwert $\hat{u}$, $\hat{i}$:	100-%-Wert
Anstiegszeit T_a:	Impulsanstiegszeit von 10 % auf 90 %
Abfallzeit T_f:	Impulsabfallzeit von 90 % auf 10 %
Impulsdauer T_i:	Impulsbreite beim 50-%-Wert
Stirnzeit T_s:	Geradenverbindung durch den 30-%- und 90-%-Wert ergibt als zeitlichen Abstand von 0-%- und 100-%-Niveau die Stirnzeit (Normstoßspannung)

Zufällige Größen nach Bild 2.11 stellen vom Standpunkt der Mess- und Nachrichtentechnik eine bedeutende Klasse von Signalen (→ 1.8) dar. Der Werteverlauf ist einer exakten mathematischen Berechnung nicht mehr zugänglich. Oft sind z. B. nur Wahrscheinlichkeitsaussagen über Bereiche der Amplitudenwerte usw. möglich (→ 2.5). In der Messtechnik sind zufällige Signale häufig in Form von Breit- oder Schmalbandrauschen dem Nutzsignal überlagert.

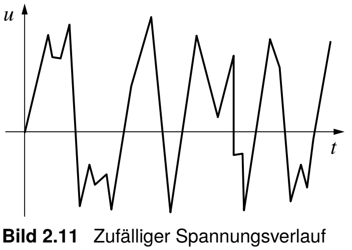

Bild 2.11 Zufälliger Spannungsverlauf

2.1.6 Leistung /2.1/, /0.38/

Die **Leistung** (power) ist der Quotient aus verrichteter Arbeit (umgesetzte Energie) und Zeit dt.

$$p = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \tag{2.31}$$

▶ *Beachte*: Die SI-Einheit der Leistung ist $[P]$, $[p]$ = W (Watt) = J (Joule) $\cdot 1/\mathrm{s}$.

Momentanwert der Leistung. Mit der differentiellen Ladungsverschiebung bei der Spannung u nach Gl. 2.1 und der Stromstärkedefinition nach Gl. 2.2 erhält man nach Einsetzen in Gl. 2.31

$$p = u\,i \tag{2.32}$$

als Momentanwert der Leistung. Sind Spannung und Strom konstant, so ist:

$$P = UI \tag{2.33}$$

2.1.6.1 Wirkleistung /2.1/, /0.38/

Wirkleistung (activ power) ist die in einem Verbraucher im zeitlichen Mittel umgesetzte Leistung.

❑ *Beispiele* für umgewandelte elektrische Energie sind Stromwärmeenergie (Heizofen), mechanische Energie (Motor), Strahlungsenergie (Glühlampe).

Momentanwertleistungsverlauf. Für den ohmschen Widerstand (→ 2.1.3) wird nach Einsetzen der Gln. 2.6 und 2.7 mit dem Phasenwinkel $\varphi = 0$ in Gl. 2.32 der zeitliche Verlauf der Momentanwertleistung:

$$p = \hat{u}\,\hat{i}\sin^2 \omega t \tag{2.34}$$

Dieser Verlauf ist in Bild 2.12 dargestellt. Die im zeitlichen Mittel umgesetzte Leistung ist eine reine Wirkleistung und berechnet sich zu:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T ui\,\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T \hat{u}\,\hat{i}\sin^2 \omega t\,\mathrm{d}t$$

$$P = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}\frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} = UI \tag{2.35}$$

Der Momentanwertleistungsverlauf ist eine Schwingung mit doppelter Frequenz um den Mittelwert der Leistung. Gleichspannung und Gleichstrom (Gl. 2.33) bewirken den gleichen Leistungsumsatz, wenn diese die gleiche Höhe haben wie die entsprechenden Effektivwerte im Wechselstromkreis beim Phasenwinkel $\varphi = 0$.

Sind Spannung und Strom phasenverschoben, so ergibt sich durch Einsetzen der Gln. 2.6 und 2.7 in Gl. 2.32 der Momentanwertleistungsverlauf (Bild 2.13) zu:

$$p = \hat{u}\,\hat{i}\sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) \tag{2.36}$$

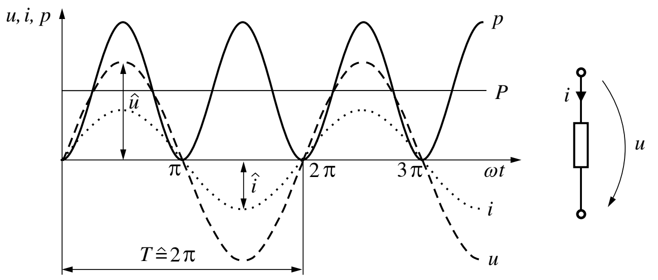

Bild 2.12 Spannungs-, Strom- und Leistungs-Verlauf bei rein ohmscher Belastung ($\varphi = 0$)

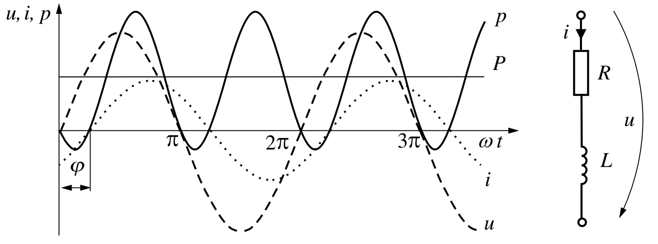

Bild 2.13 Spannungs-, Strom- und Leistungs-Verlauf bei ohmsch-induktiver Belastung

Die im zeitlichen Mittel umgesetzte Leistung wird dann:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u\,i\,\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T \hat{u}\,\hat{\imath}\sin\omega t\sin(\omega t-\varphi)\,\mathrm{d}t$$

Mit dem Additionstheorem

$$\sin(\omega t-\varphi) = \sin\omega t\cos\varphi - \cos\omega t\sin\varphi$$

ergibt das Integral

$$P = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}\frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}}\cos\varphi = UI\cos\varphi \qquad (2.37)$$

Es trägt nur der Anteil des Stromverlaufs zur Wirkleistung bei, der mit der Spannung phasengleich ist. Der in den negativen Bereich verschobene Leistungsverlauf deutet auf einen Blindleistungsanteil hin ($\rightarrow$ 2.1.6.2).

► *Beachte*: Die SI-Einheit der Leistung ist $[P]$, $[p]$ = W (Watt). Die Einheit Watt wird jedoch üblicherweise nur für die Wirkleistung P und p verwendet.

❑ *Beispiel*: Der Leistungsverlauf in Bild 2.13 ist typisch für einen Motor, der Wirkleistung an der Welle abgibt und zum Aufbau des Magnetfeldes Blindleistung benötigt.

2.1.6.2 Blindleistung /2.1/, /0.38/

Als **Blindleistung** (reactive power) wird das zeitliche Mittel des Produktes von Stromverlauf und dem um 90° phasenverschobenen Spannungsverlauf bezeichnet. Physikalisch ist sie als Produkt von Spannungs- und Stromverlauf ein mit doppelter Frequenz zum Spannungsverlauf schwingender Leistungsverlauf, dessen zeitlicher Mittelwert null ist.

Ist der Stromverlauf (Gl. 2.7) gegenüber dem Spannungsverlauf (Gl. 2.6) um den Phasenwinkel $\varphi = +90°$ (Induktivität $\rightarrow$ 2.1.3) bzw. $\varphi = -90°$ (Kapazität $\rightarrow$ 2.1.3) phasenverschoben, so ergeben sich nach Einsetzen dieser Größen in Gl. 2.32 die *Momentanwertverläufe* der Leistungen.

$$p = \hat{u}\,\hat{\imath}\sin\omega t\sin\left(\omega t \mp \frac{\pi}{2}\right) \qquad (2.38)$$

Die zeitlichen Verläufe der Spannungen, Ströme und Leistungen zeigt Bild 2.14.

Der *zeitliche Mittelwert* der Leistung ist null.

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T}\int_0^T ui\,\mathrm{d}t \\ &= \frac{1}{T}\int_0^T \hat{u}\hat{\imath}\sin\omega t\sin\left(\omega t \mp \frac{\pi}{2}\right)\,\mathrm{d}t = 0 \end{aligned}$$

Die mit doppelter Frequenz schwingenden Leistungen bedeuten, dass in den positiven Halbwellen Energie in der Induktivität bzw. Kapazität gespeichert wird, die in den negativen Halbwellen in das speisende Netz zurückgeführt wird.

❑ *Beispiel*: Durch Parallelschaltung von Kapazität und Induktivität kann ein Schwingkreis aufgebaut werden, da zu Zeitpunkten der Energiespeicherung in der Induktivität diese durch die Kapazität bereitgestellt wird und umgekehrt. Ein vergleichbarer Vorgang besteht im Energieversorgungsnetz. Der Blindleistungsverlauf der Motoren muss durch das Kraftwerk bereitgestellt werden, der fließende Strom belastet das Energieübertragungsnetz und vermindert die mögliche Wirkleistungsübertragung.

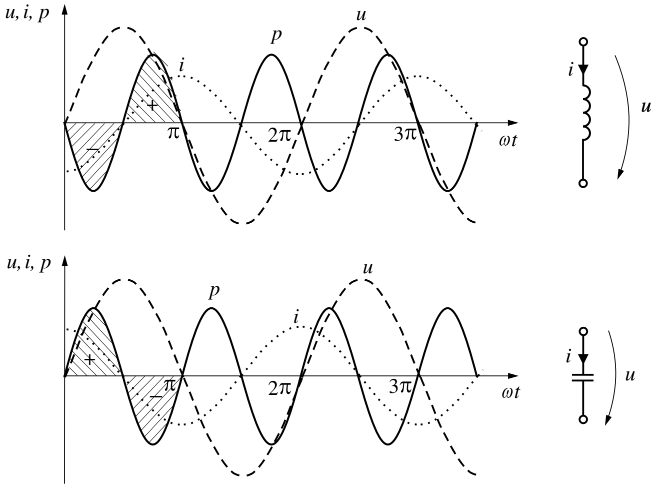

Bild 2.14 Spannungs-, Strom- und Leistungsverlauf bei Induktivität und Kapazität

Gemäß Definition berechnet sich mit der phasenverschobenen Spannung und dem Strom nach Gl. 2.7 die *Blindleistung* zu:

$$Q = \frac{1}{T}\int_0^T \hat{u}\,\hat{i}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\sin(\omega t - \varphi)\,\mathrm{d}\,t$$

$$Q = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}\frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}\sin\varphi = UI\sin\varphi \tag{2.39}$$

► *Beachte*: Die SI-Einheit der Blindleistung ist $[Q] = \mathrm{W} = \mathrm{var}$ (Voltampere reactif), zweckmäßig nur für $[p] = \mathrm{W}$ verwenden.

In Abhängigkeit vom Phasenwinkel φ gilt für die *Blindleistung*:

- Induktiv ohmsche Belastung $\rightarrow \varphi > 0° \rightarrow Q > 0$
- Kapazitiv ohmsche Belastung $\rightarrow \varphi < 0° \rightarrow Q < 0$
- Ohmsche Belastung $\rightarrow \varphi = 0° \rightarrow Q = 0$

2.1.6.3 Scheinleistung /2.1/, /0.38/

Die **Scheinleistung** (apparent power) ist das Produkt der Effektivwerte von Spannung und Strom.

$$S = UI \tag{2.40}$$

Wird die geometrische Summe aus Wirk- und Blindleistung gebildet (Gln. 2.37, 2.39), so ergibt sich ebenfalls die Scheinleistung.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \tag{2.41}$$

$$S = UI\sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = UI$$

► *Beachte*: Die SI-Einheit der Scheinleistung ist $[S] = \mathrm{W} = \mathrm{V}\cdot\mathrm{A}$ (Voltampere).

2.1.6.4 Leistungsfaktor /2.1/, /0.38/

Der **Leistungsfaktor** ist das Verhältnis von Wirkleistung zur Scheinleistung. Er berechnet sich aus Gl. 2.37 und Gl. 2.40 für sinusförmige Größen zu:

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} \tag{2.42}$$

2.1.7 Wirk- und Blindenergie /2.1/, /0.38/

Die **Wirkenergie** (activ energy) ist das Produkt von Wirkleistung und Zeit (elektrische Arbeit).

Aus Gl. 2.31 wird

$$W_\mathrm{W} = \int_{t_1}^{t_2} p\,\mathrm{d}\,t = \int_{t_1}^{t_2} u\,i\,\mathrm{d}\,t \tag{2.43}$$

Dementsprechend ergibt sich für die *zeitlichen Mittel von Wirkleistung* (→ 2.1.6.1) und *Blindleistung* 2.1.6.2

$$W_\mathrm{W} = \int_{t_1}^{t_2} UI\cos\varphi\,\mathrm{d}\,t \tag{2.44}$$

$$W_\mathrm{Q} = \int_{t_1}^{t_2} UI\sin\varphi\,\mathrm{d}\,t \tag{2.45}$$

► *Hinweis*: Das Vorzeichen ergibt sich aus der Festlegung der Zählrichtung für den Phasenwinkel (→ 2.1.3, → 2.1.6.2).