

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II: Lineare Wirtschafts algebra

von
Prof. Dr. Dietrich Ohse

5., verbesserte Auflage

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II: Lineare Wirtschafts algebra – Ohse

schnell und portofrei erhältlich bei beck-shop.de DIE FACHBUCHHANDLUNG

Thematische Gliederung:

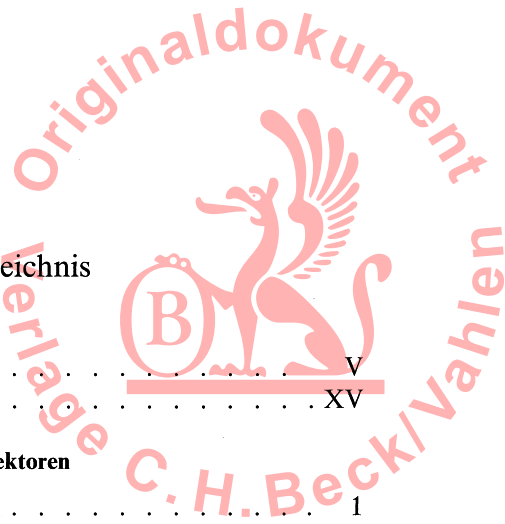
Mathematik, Statistik, Ökonometrie – Mathematik und Statistik

Verlag Franz Vahlen München 2005

Verlag Franz Vahlen im Internet:

www.vahlen.de

ISBN 978 3 8006 3185 8



Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Symbolverzeichnis.	XV

Kapitel 1 Vektoren

1.1 Begriffliche Einführung.	1
1.2 Ordnungsrelationen	5
1.3 Vektoroperationen.	7
1.3.1 Addition von Vektoren	8
1.3.2 Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	9
1.4 Vektorraum und geometrische Interpretation	11
1.4.1 Vektorraum	11
1.4.2 Geometrische Darstellung von Vektoren	13
1.5 Eigenschaften von Vektoren.	16
1.5.1 Linearkombination von Vektoren.	16
1.5.2 Lineare Abhängigkeit/Lineare Unabhängigkeit	19
1.5.3 Unterräume und geometrische Interpretation der linearen Abhängigkeit.	22
1.5.4 Dimension und Basis eines Vektorraumes	24
1.5.5 Einheitsvektoren und Koordinaten von Vektoren	27
1.6 Skalares Produkt von Vektoren	31
1.6.1 Definition des skalaren Produktes	32
1.6.2 Geometrische Interpretation des skalaren Produktes	35
Aufgaben zum Kapitel 1	37

Kapitel 2 Matrizen

2.1 Begriffliche Einführung.	42
2.2 Ordnungsrelationen	46
2.3 Spezielle Matrizen	48
2.3.1 Quadratische Matrizen	49
2.3.2 Diagonalmatrizen	50
2.3.3 Einheitsmatrizen	50
2.3.4 Transponierte Matrizen	51
2.3.5 Symmetrische Matrizen	53
2.3.6 Dreiecksmatrizen.	54
2.3.7 Untermatrizen	54
2.3.8 Blockstrukturen	56
2.4 Matrizenoperationen.	57
2.4.1 Multiplikation mit einem Skalar	58

2.4.2	Addition von Matrizen	59
2.4.3	Multiplikation von Matrizen	61
2.4.4	Dyadisches Produkt	74
2.5	Ökonomische Anwendungen von Matrizen	75
2.5.1	Materialverflechtung	75
2.5.2	Technologische Matrix	77
2.5.3	Matrixdarstellung einer Input-Output-Tabelle	80
2.5.4	Netzwerk-Matrizen	81
2.6	Lineare Abbildungen und Matrizen	84
2.7	Rang einer Matrix	88
	Aufgaben zum Kapitel 2	92

Kapitel 3 Lineare Gleichungssysteme

3.1	Einführung	98
3.2	Lösung linearer Gleichungssysteme	102
3.2.1	Lösung einer linearen Gleichung	102
3.2.2	Lösung eines Gleichungssystems	104
3.2.3	Gleichungsoperationen	108
3.3	<i>Gaußscher</i> Algorithmus	112
3.3.1	Algorithmen als Lösungsverfahren	112
3.3.2	Prinzipieller Lösungsweg	114
3.3.3	Rechentableau	117
3.3.4	Algorithmus der <i>Gaußschen</i> Elimination	121
3.3.5	Simultane Elimination und Substitution	125
3.3.6	Aufwandsabschätzung von Algorithmen	127
3.3.7	Teilweise Elimination und Substitution oder vollständige Elimination?	130
3.4	Lineare Abhängigkeit/Lineare Unabhängigkeit	133
3.4.1	Lineare Abhängigkeit von Gleichungen	134
3.4.2	Lineare Unabhängigkeit von Gleichungen	136
3.4.3	Widersprüchliche Gleichungen	138
3.4.4	Konsequenzen der linearen Abhängigkeit	139
3.4.5	Lösbarkeit von Gleichungssystemen	145
3.5	Berechnung des Ranges einer Matrix	146
3.6	Praxisrelevanz linearer Gleichungssysteme	148
3.6.1	Eigenschaften von Modellen der Praxis	148
3.6.2	Ökonomische Anwendungen linearer Gleichungssysteme	150
3.6.2.1	Input/Output-Analyse	150
3.6.2.2	Stationärer Zustand eines <i>Markov</i> prozesses	153
3.6.2.3	Teilbedarfsrechnung durch Stücklistenauflösung	158
3.6.2.4	Innerbetriebliche Kosten- und Leistungsverrechnung	163
	Aufgaben zum Kapitel 3	168

Kapitel 4 Unterbestimmte Gleichungssysteme

4.1	Einführung	175
4.2	Modellierung eines Kuppelproduktionsprozesses	177
4.3	Basis eines unterbestimmten Gleichungssystems	181
4.4	Pivotalgorithmen zur Berechnung verschiedener Basislösungen	186
4.4.1	Elementarer Basistausch	186
4.4.2	Verkürztes Tableau	189
4.5	Homogene Gleichungssysteme.	193
4.5.1	Allgemeine Lösung eines homogenen Gleichungssystems	194
4.5.2	Allgemeine Lösung eines inhomogenen Gleichungssystems	197
	Aufgaben zum Kapitel 4	199

Kapitel 5 Matrixinversion

5.1	Die Inverse einer Matrix	203
5.2	Zusammenhang zwischen der Lösung eines linearen Gleichungssystems und der Inversen der Koeffizientenmatrix	206
5.2.1	Die Berechnung der Inversen.	207
5.2.2	Pivotierung außerhalb der Hauptdiagonalen	211
5.2.3	Existenz der Inversen	214
5.3	Ökonomische Bedeutung der Inversen	216
5.3.1	Stücklistenauflösung durch Matrixinversion	216
5.3.2	Bedarfsrechnung	219
5.4	Pivotalgorithmen zur Matrixinversion	226
5.4.1	Berechnung der Inversen ohne Einheitsmatrix	226
5.4.2	Impliziter Spaltentausch.	229
5.4.3	Korrekte Zeilen- und Spaltenanordnung	229
5.4.4	Algorithmus.	230
5.5	Matrizengleichungen.	233
	Aufgaben zum Kapitel 5	239

Kapitel 6 Determinanten

6.1	Begriffliche Einführung.	243
6.2	Eigenschaften von Determinanten	248
6.3	Die Berechnung einer Determinante	255
6.3.1	Adjunkte und adjungierte Matrix.	256
6.3.2	Der Entwicklungssatz von <i>Laplace</i>	259
6.3.3	Determinantenberechnung durch Triangulieren	263
6.3.4	Hauptabschnittsdeterminanten	266
6.4	Anwendungen von Determinanten	269
6.4.1	<i>Cramersche</i> Regel	270
6.4.2	Darstellung der Inversen einer Matrix.	271
	Aufgaben zum Kapitel 6	272

Kapitel 7 Quadratische Formen und Eigenwertprobleme

7.1	Quadratische Formen	276
7.1.1	Definition quadratischer Formen	277
7.1.2	Definitheit quadratischer Formen mit zwei Variablen	278
7.1.3	Quadratische Formen und Matrizen	282
7.1.4	Quadratische Formen mit drei Variablen	285
7.1.5	Quadratische Formen mit n Variablen	290
7.1.6	Quadratische Formen mit einer homogenen linearen Nebenbedingung	292
7.1.7	Quadratische Formen mit n Variablen und m homo- genen linearen Nebenbedingungen	294
7.2	Extremwertprobleme mit mehreren Variablen	297
7.2.1	Extremwerte einer Funktion mit zwei Variablen	297
7.2.2	Extremwerte einer Funktion mit n Variablen	301
7.2.3	Extremwerte einer Funktion mit zwei Variablen unter einer Nebenbedingung	305
7.2.4	Extremwerte einer Funktion mit n Variablen unter einer Nebenbedingung	312
7.2.5	Extremwerte einer Funktion mit n Variablen unter m Nebenbedingungen	313
7.3	Ähnliche Matrizen, Eigenwerte, Eigenvektoren	315
7.3.1	Ähnliche Matrizen	316
7.3.2	Eigenwerte	319
7.3.3	Eigenvektoren	323
7.3.4	Eigenwerte und Definitheit	331
	Aufgaben zum Kapitel 7	334

Kapitel 8 Lineare Planungsrechnung

8.1	Begriffliche Einführung	337
8.2	Das Standardproblem der linearen Planungsrechnung	339
8.2.1	Formulierung der Grundaufgabe	340
8.2.2	Berücksichtigung von Ungleichungen	340
8.2.3	Berücksichtigung von Vorzeichenbeschränkungen	342
8.3	Anwendungsbeispiele der linearen Planungsrechnung	342
8.3.1	Das optimale Produktionsprogramm	343
8.3.2	Die optimale Mischung	345
8.3.3	Der optimale Transportplan	347
8.4	Graphische Lösung	349
8.4.1	Struktur des Problems	350
8.4.2	Ein Lösungsvorschlag	353
8.5	Grundlagen des Simplexverfahrens	355
8.5.1	Charakterisierung der Rand- und Eckpunkte	355
8.5.2	Eckpunkte als Basislösungen	357
8.5.3	Generierung alternativer Basislösungen	358
8.5.4	Bewertung alternativer Basislösungen	360

8.6	Das Simplexverfahren	361
8.6.1	Das Simplextableau	361
8.6.2	Das Optimalitätskriterium	363
8.6.3	Lösungsverbesserung	365
8.6.4	Unbeschränkte Lösung	369
8.6.5	Der Standardalgorithmus des Simplexverfahrens	371
8.6.6	Minimierung	376
8.7	Erweiterung des Simplexverfahrens.	380
8.7.1	Zur Geometrie eines allgemeinen LP-Problems	380
8.7.2	Gleichungen als Nebenbedingungen	382
8.7.3	Größer-Gleich-Beziehungen als Nebenbedingungen	383
8.7.4	Die drei Phasen des Simplexverfahrens	387
8.8	Abschließende Bemerkungen	391
8.8.1	Effizienz des Simplexverfahrens.	391
8.8.2	Praxis der linearen Planungsrechnung	393
	Aufgaben zum Kapitel 8	394
	Lösungen der Aufgaben	399
	Literaturverzeichnis	455
	Personen- und Sachverzeichnis	459