

# Mathematische Formelsammlung

Für Ingenieure und Naturwissenschaftler

Bearbeitet von  
Lothar Papula

12., überarbeitete Auflage 2017. Buch. XXX, 546 S. Softcover

ISBN 978 3 658 16194 1

Format (B x L): 17,3 x 23,8 cm

Gewicht: 925 g

[Weitere Fachgebiete > Mathematik > Mathematik Allgemein](#)

Zu [Leseprobe](#)

schnell und portofrei erhältlich bei

**beck-shop.de**  
DIE FACHBUCHHANDLUNG

Die Online-Fachbuchhandlung [beck-shop.de](http://beck-shop.de) ist spezialisiert auf Fachbücher, insbesondere Recht, Steuern und Wirtschaft. Im Sortiment finden Sie alle Medien (Bücher, Zeitschriften, CDs, eBooks, etc.) aller Verlage. Ergänzt wird das Programm durch Services wie Neuerscheinungsdienst oder Zusammenstellungen von Büchern zu Sonderpreisen. Der Shop führt mehr als 8 Millionen Produkte.

# Inhaltsverzeichnis

<b>I Allgemeine Grundlagen aus Algebra, Arithmetik und Geometrie</b> . . . . .	1
<b>1 Grundlegende Begriffe über Mengen</b> . . . . .	1
1.1 Definition und Darstellung einer Menge . . . . .	1
1.2 Mengenoperationen . . . . .	2
<b>2 Rechnen mit reellen Zahlen</b> . . . . .	2
2.1 Reelle Zahlen und ihre Eigenschaften . . . . .	2
2.1.1 Natürliche und ganze Zahlen . . . . .	2
2.1.2 Rationale, irrationale und reelle Zahlen . . . . .	4
2.1.3 Rundungsregeln für reelle Zahlen . . . . .	5
2.1.4 Darstellung der reellen Zahlen auf der Zahlengerade . . . . .	5
2.1.5 Grundrechenarten . . . . .	6
2.2 Zahlensysteme . . . . .	7
2.3 Intervalle . . . . .	8
2.4 Bruchrechnung . . . . .	8
2.5 Potenzen und Wurzeln . . . . .	10
2.6 Logarithmen . . . . .	12
2.7 Binomischer Lehrsatz . . . . .	14
<b>3 Elementare (endliche) Reihen</b> . . . . .	16
3.1 Definition einer (endlichen) Reihe . . . . .	16
3.2 Arithmetische Reihen . . . . .	16
3.3 Geometrische Reihen . . . . .	16
3.4 Spezielle Zahlenreihen . . . . .	16
<b>4 Gleichungen mit einer Unbekannten</b> . . . . .	17
4.1 Algebraische Gleichungen $n$ -ten Grades . . . . .	17
4.1.1 Allgemeine Vorbetrachtungen . . . . .	17
4.1.2 Lineare Gleichungen . . . . .	18
4.1.3 Quadratische Gleichungen . . . . .	18
4.1.4 Kubische Gleichungen . . . . .	18
4.1.5 Biquadratische Gleichungen . . . . .	20
4.2 Allgemeine Lösungshinweise für Gleichungen . . . . .	21
4.3 Graphisches Lösungsverfahren . . . . .	22
4.4 Regula falsi . . . . .	23
4.5 Tangentenverfahren von Newton . . . . .	24
<b>5 Ungleichungen mit einer Unbekannten</b> . . . . .	25

<b>6</b>	<b>Lehrsätze aus der elementaren Geometrie</b>	26
6.1	Satz des Pythagoras	26
6.2	Höhensatz	26
6.3	Kathetensatz (Euklid)	27
6.4	Satz des Thales	27
6.5	Strahlensätze	27
6.6	Sinussatz	28
6.7	Kosinussatz	28
<b>7</b>	<b>Ebene geometrische Körper (Planimetrie)</b>	28
7.1	Dreiecke	28
7.1.1	Allgemeine Beziehungen	28
7.1.2	Spezielle Dreiecke	29
7.1.2.1	Rechtwinkliges Dreieck	29
7.1.2.2	Gleichschenkliges Dreieck	29
7.1.2.3	Gleichseitiges Dreieck	30
7.2	Quadrat	30
7.3	Rechteck	30
7.4	Parallelogramm	31
7.5	Rhombus oder Raute	31
7.6	Trapez	31
7.7	Reguläres $n$ -Eck	32
7.8	Kreis	32
7.9	Kreis Sektor oder Kreisabschnitt	32
7.10	Kreissegment oder Kreisabschnitt	32
7.11	Kreisring	33
7.12	Ellipse	33
<b>8</b>	<b>Räumliche geometrische Körper (Stereometrie)</b>	33
8.1	Prisma	33
8.2	Würfel	34
8.3	Quader	34
8.4	Pyramide	34
8.5	Pyramidenstumpf	35
8.6	Tetraeder oder dreiseitige Pyramide	35
8.7	Keil	36
8.8	Gerader Kreiszyylinder	36
8.9	Gerader Kreiskegel	36
8.10	Gerader Kreiskegelstumpf	37
8.11	Kugel	37
8.12	Kugelausschnitt oder Kugelsektor	37
8.13	Kugelschicht oder Kugelzone	38
8.14	Kugelabschnitt, Kugelsegment, Kugelkappe oder Kalotte	38
8.15	Ellipsoid	38
8.16	Rotationsparaboloid	39
8.17	Tonne oder Fass	39
8.18	Torus	40
8.19	Guldinsche Regeln für Rotationskörper	40

<b>9</b>	<b>Koordinatensysteme</b>	41
9.1	Ebene Koordinatensysteme	41
9.1.1	Rechtwinklige oder kartesische Koordinaten	41
9.1.2	Polarkoordinaten	42
9.1.3	Koordinatentransformationen	42
9.1.3.1	Parallelverschiebung eines kartesischen Koordinatensystems	42
9.1.3.2	Zusammenhang zwischen den kartesischen und den Polarkoordinaten	42
9.1.3.3	Drehung eines kartesischen Koordinatensystems	43
9.2	Räumliche Koordinatensysteme	44
9.2.1	Rechtwinklige oder kartesische Koordinaten	44
9.2.2	Zylinderkoordinaten	44
9.2.3	Zusammenhang zwischen den kartesischen und den Zylinderkoordinaten	44
9.2.4	Kugelkoordinaten	45
9.2.5	Zusammenhang zwischen den kartesischen und den Kugelkoordinaten	45
<b>II</b>	<b>Vektorrechnung</b>	46
<b>1</b>	<b>Grundbegriffe</b>	46
1.1	Vektoren und Skalare	46
1.2	Spezielle Vektoren	46
1.3	Gleichheit von Vektoren	47
1.4	Kollineare, parallele und antiparallele Vektoren, inverser Vektor	47
<b>2</b>	<b>Komponentendarstellung eines Vektors</b>	48
2.1	Komponentendarstellung in einem kartesischen Koordinatensystem	48
2.2	Komponentendarstellung spezieller Vektoren	48
2.3	Betrag und Richtungswinkel eines Vektors	49
<b>3</b>	<b>Vektoroperationen</b>	50
3.1	Addition und Subtraktion von Vektoren	50
3.2	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	51
3.3	Skalarprodukt (inneres Produkt)	51
3.4	Vektorprodukt (äußeres Produkt, Kreuzprodukt)	53
3.5	Spatprodukt (gemischtes Produkt)	55
3.6	Formeln für Mehrfachprodukte	56
<b>4</b>	<b>Anwendungen</b>	56
4.1	Arbeit einer konstanten Kraft	56
4.2	Vektorielle Darstellung einer Geraden	57
4.2.1	Punkt-Richtungs-Form	57
4.2.2	Zwei-Punkte-Form	57
4.2.3	Abstand eines Punktes von einer Geraden	58

4.2.4	Abstand zweier paralleler Geraden	58
4.2.5	Abstand zweier windschiefer Geraden	59
4.2.6	Schnittpunkt und Schnittwinkel zweier Geraden	60
4.3	Vektorielle Darstellung einer Ebene	60
4.3.1	Punkt-Richtungs-Form	60
4.3.2	Drei-Punkte-Form	61
4.3.3	Ebene senkrecht zu einem Vektor	62
4.3.4	Abstand eines Punktes von einer Ebene	62
4.3.5	Abstand einer Geraden von einer Ebene	63
4.3.6	Abstand zweier paralleler Ebenen	64
4.3.7	Schnittpunkt und Schnittwinkel einer Geraden mit einer Ebene	65
4.3.8	Schnittwinkel zweier Ebenen	66
4.3.9	Schnittgerade zweier Ebenen	66
<b>III Funktionen und Kurven</b>		<b>67</b>
<b>1 Grundbegriffe</b>		<b>67</b>
1.1	Definition einer Funktion	67
1.2	Darstellungsformen einer Funktion	67
1.2.1	Analytische Darstellung	67
1.2.2	Parameterdarstellung	67
1.2.3	Kurvengleichung in Polarkoordinaten	68
1.2.4	Graphische Darstellung	68
<b>2 Allgemeine Funktionseigenschaften</b>		<b>68</b>
2.1	Nullstellen	68
2.2	Symmetrie	69
2.3	Monotonie	69
2.4	Periodizität	70
2.5	Umkehrfunktion (inverse Funktion)	70
<b>3 Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion</b>		<b>71</b>
3.1	Grenzwert einer Folge	71
3.2	Grenzwert einer Funktion	72
3.2.1	Grenzwert für $x \rightarrow x_0$	72
3.2.2	Grenzwert für $x \rightarrow \pm \infty$	72
3.3	Rechenregeln für Grenzwerte	72
3.4	Grenzwertregel von Bernoulli und de l'Hospital	73
3.5	Stetigkeit einer Funktion	74
<b>4 Ganzrationale Funktionen (Polynomfunktionen)</b>		<b>76</b>
4.1	Definition der ganzrationalen Funktionen (Polynomfunktionen)	76
4.2	Lineare Funktionen (Geraden)	76
4.2.1	Allgemeine Geradengleichung	76
4.2.2	Hauptform einer Geraden	76
4.2.3	Punkt-Steigungs-Form einer Geraden	76
4.2.4	Zwei-Punkte-Form einer Geraden	77

4.2.5	Achsenabschnittsform einer Geraden	77
4.2.6	Hessesche Normalform einer Geraden	77
4.2.7	Abstand eines Punktes von einer Geraden	77
4.2.8	Schnittwinkel zweier Geraden	78
4.3	Quadratische Funktionen (Parabeln)	78
4.3.1	Hauptform einer Parabel	78
4.3.2	Produktform einer Parabel	79
4.3.3	Scheitelpunktsform einer Parabel	79
4.4	Polynomfunktionen höheren Grades ( $n$ -ten Grades)	79
4.4.1	Abspaltung eines Linearfaktors	79
4.4.2	Nullstellen einer Polynomfunktion	79
4.4.3	Produktdarstellung einer Polynomfunktion	79
4.5	Horner-Schema	80
4.6	Reduzierung einer Polynomfunktion (Nullstellenberechnung)	81
4.7	Interpolationspolynome	82
4.7.1	Allgemeine Vorbetrachtungen	82
4.7.2	Interpolationsformel von Lagrange	82
4.7.3	Interpolationsformel von Newton	84
<b>5</b>	<b>Gebrochenrationale Funktionen</b>	<b>86</b>
5.1	Definition der gebrochenrationalen Funktionen	86
5.2	Nullstellen, Definitionslücken, Pole	87
5.3	Asymptotisches Verhalten im Unendlichen	88
<b>6</b>	<b>Potenz- und Wurzelfunktionen</b>	<b>88</b>
6.1	Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten	88
6.2	Wurzelfunktionen	90
6.3	Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten	90
<b>7</b>	<b>Trigonometrische Funktionen</b>	<b>91</b>
7.1	Winkelmaße	91
7.2	Definition der trigonometrischen Funktionen	92
7.3	Sinus- und Kosinusfunktion	93
7.4	Tangens- und Kotangensfunktion	94
7.5	Wichtige Beziehungen zwischen den trigonometrischen Funktionen	94
7.6	Trigonometrische Formeln	95
7.6.1	Additionstheoreme	95
7.6.2	Formeln für halbe Winkel	96
7.6.3	Formeln für Winkelvielfache	96
7.6.4	Formeln für Potenzen	97
7.6.5	Formeln für Summen und Differenzen	97
7.6.6	Formeln für Produkte	98
7.7	Anwendungen in der Schwingungslehre	98
7.7.1	Allgemeine Sinus- und Kosinusfunktion	98
7.7.2	Harmonische Schwingungen (Sinusschwingungen)	99
7.7.2.1	Gleichung einer harmonischen Schwingung	99
7.7.2.2	Darstellung einer harmonischen Schwingung im Zeigerdiagramm	99

7.7.3	Superposition (Überlagerung) gleichfrequenter harmonischer Schwingungen	100
<b>8</b>	<b>Arkusfunktionen</b>	<b>101</b>
8.1	Arkussinus- und Arkuskosinusfunktion	101
8.2	Arkustangens- und Arkuskotangensfunktion	102
8.3	Wichtige Beziehungen zwischen den Arkusfunktionen	103
<b>9</b>	<b>Exponentialfunktionen</b>	<b>104</b>
9.1	Definition der Exponentialfunktionen	104
9.2	Spezielle Exponentialfunktionen aus den Anwendungen	105
9.2.1	Abklingfunktion	105
9.2.2	Sättigungsfunktion	105
9.2.3	Wachstumsfunktion	106
9.2.4	Gauß-Funktion (Gaußsche Glockenkurve)	106
9.2.5	Kettenlinie	106
<b>10</b>	<b>Logarithmusfunktionen</b>	<b>107</b>
10.1	Definition der Logarithmusfunktionen	107
10.2	Spezielle Logarithmusfunktionen	107
<b>11</b>	<b>Hyperbelfunktionen</b>	<b>108</b>
11.1	Definition der Hyperbelfunktionen	108
11.2	Wichtige Beziehungen zwischen den Hyperbelfunktionen	109
11.3	Formeln	110
11.3.1	Additionstheoreme	110
11.3.2	Formeln für halbe Argumente	110
11.3.3	Formeln für Vielfache des Arguments	111
11.3.4	Formeln für Potenzen	111
11.3.5	Formeln für Summen und Differenzen	112
11.3.6	Formeln für Produkte	112
11.3.7	Formel von Moivre	112
<b>12</b>	<b>Areafunktionen</b>	<b>113</b>
12.1	Definition der Areafunktionen	113
12.2	Wichtige Beziehungen zwischen den Areafunktionen	114
<b>13</b>	<b>Kegelschnitte</b>	<b>115</b>
13.1	Allgemeine Gleichung eines Kegelschnittes	115
13.2	Kreis	115
13.2.1	Geometrische Definition	115
13.2.2	Mittelpunktsgleichung eines Kreises (Ursprungsgleichung)	116
13.2.3	Kreis in allgemeiner Lage (Hauptform, verschobener Kreis)	116
13.2.4	Gleichung eines Kreises in Polarkoordinaten	116
13.2.5	Parameterdarstellung eines Kreises	116

13.3	Ellipse	117
13.3.1	Geometrische Definition	117
13.3.2	Mittelpunktsgleichung einer Ellipse (Ursprungsgleichung)	117
13.3.3	Ellipse in allgemeiner Lage (Hauptform, verschobene Ellipse)	117
13.3.4	Gleichung einer Ellipse in Polarkoordinaten	118
13.3.5	Parameterdarstellung einer Ellipse	118
13.4	Hyperbel	119
13.4.1	Geometrische Definition	119
13.4.2	Mittelpunktsgleichung einer Hyperbel (Ursprungsgleichung)	119
13.4.3	Hyperbel in allgemeiner Lage (Hauptform, verschobene Hyperbel)	119
13.4.4	Gleichung einer Hyperbel in Polarkoordinaten	120
13.4.5	Parameterdarstellung einer Hyperbel	121
13.4.6	Gleichung einer um 90° gedrehten Hyperbel	121
13.4.7	Gleichung einer gleichseitigen oder rechtwinkligen Hyperbel ( $a = b$ )	121
13.5	Parabel	122
13.5.1	Geometrische Definition	122
13.5.2	Scheitelgleichung einer Parabel	122
13.5.3	Parabel in allgemeiner Lage (Hauptform, verschobene Parabel)	122
13.5.4	Gleichung einer Parabel in Polarkoordinaten	123
13.5.5	Parameterdarstellung einer Parabel	123
<b>14</b>	<b>Spezielle Kurven</b>	<b>124</b>
14.1	Gewöhnliche Zykloide (Rollkurve)	124
14.2	Epizykloide	124
14.3	Hypozykloide	125
14.4	Astroide (Sternkurve)	126
14.5	Kardioide (Herzkurve)	126
14.6	Lemniskate (Schleifenkurve)	127
14.7	Strophoide	127
14.8	Cartesisches Blatt	128
14.9	„Kleeblatt“ mit $n$ bzw. $2n$ Blättern	128
14.10	Spiralen	129
14.10.1	Archimedische Spirale	129
14.10.2	Logarithmische Spirale	129
<b>IV</b>	<b>Differentialrechnung</b>	<b>130</b>
<b>1</b>	<b>Differenzierbarkeit einer Funktion</b>	<b>130</b>
1.1	Differenzenquotient	130
1.2	Differentialquotient oder 1. Ableitung	130
1.3	Ableitungsfunktion	130
1.4	Höhere Ableitungen	131
1.5	Differential einer Funktion	131
<b>2</b>	<b>Erste Ableitung der elementaren Funktionen (Tabelle)</b>	<b>132</b>

<b>3</b>	<b>Ableitungsregeln</b>	133
3.1	Faktorregel	133
3.2	Summenregel	133
3.3	Produktregel	133
3.4	Quotientenregel	134
3.5	Kettenregel	134
3.6	Logarithmische Differentiation	136
3.7	Ableitung der Umkehrfunktion	136
3.8	Implizite Differentiation	137
3.9	Ableitungen einer in der Parameterform dargestellten Funktion (Kurve)	137
3.10	Ableitungen einer in Polarkoordination dargestellten Kurve	138
<b>4</b>	<b>Anwendungen der Differentialrechnung</b>	138
4.1	Geschwindigkeit und Beschleunigung einer geradlinigen Bewegung	138
4.2	Tangente und Normale	139
4.3	Linearisierung einer Funktion	139
4.4	Monotonie und Krümmung einer Kurve	140
4.4.1	Geometrische Deutung der 1. und 2. Ableitung	140
4.4.2	Krümmung einer ebenen Kurve	141
4.5	Relative Extremwerte (relative Maxima, relative Minima)	142
4.6	Wendepunkte, Sattelpunkte	144
4.7	Kurvendiskussion	145
<b>V</b>	<b>Integralrechnung</b>	147
<b>1</b>	<b>Bestimmtes Integral</b>	147
1.1	Definition eines bestimmten Integrals	147
1.2	Berechnung eines bestimmten Integrals	148
1.3	Elementare Integrationsregeln für bestimmte Integrale	149
<b>2</b>	<b>Unbestimmtes Integral</b>	150
2.1	Definition eines unbestimmten Integrals	150
2.2	Allgemeine Eigenschaften der unbestimmten Integrale	150
2.3	Tabelle der Grund- oder Stammintegrale	152
<b>3</b>	<b>Integrationsmethoden</b>	153
3.1	Integration durch Substitution	153
3.1.1.	Allgemeines Verfahren	153
3.1.2	Spezielle Integralsubstitutionen (Tabelle)	154
3.2	Partielle Integration (Produktintegration)	156
3.3	Integration einer gebrochenrationalen Funktion durch Partialbruchzerlegung des Integranden	157
3.3.1	Partialbruchzerlegung	157
3.3.2	Integration der Partialbrüche	160
3.4	Integration durch Potenzreihenentwicklung des Integranden	161
3.5	Numerische Integration	161
3.5.1	Trapezformel	161
3.5.2	Simpsonsche Formel	162
3.5.3	Romberg-Verfahren	164

<b>4 Uneigentliche Integrale</b> .....	167
4.1 Unendliches Integrationsintervall .....	167
4.2 Integrand mit einer Unendlichkeitsstelle (Pol) .....	167
<b>5 Anwendungen der Integralrechnung</b> .....	168
5.1 Integration der Bewegungsgleichung .....	168
5.2 Arbeit einer ortsabhängigen Kraft (Arbeitsintegral) .....	169
5.3 Lineare und quadratische Mittelwerte einer Funktion .....	169
5.3.1 Linearer Mittelwert .....	169
5.3.2 Quadratischer Mittelwert .....	169
5.3.3 Zeitliche Mittelwerte einer periodischen Funktion .....	169
5.4 Flächeninhalt .....	170
5.5 Schwerpunkt einer homogenen ebenen Fläche .....	171
5.6 Flächenträgheitsmomente (Flächenmomente 2. Grades) .....	172
5.7 Bogenlänge einer ebenen Kurve .....	173
5.8 Volumen eines Rotationskörpers (Rotationsvolumen) .....	173
5.9 Mantelfläche eines Rotationskörpers (Rotationsfläche) .....	175
5.10 Schwerpunkt eines homogenen Rotationskörpers .....	175
5.11 Massenträgheitsmoment eines homogenen Körpers .....	176
<b>VI Unendliche Reihen, Taylor- und Fourier-Reihen</b> .....	178
<b>1 Unendliche Reihen</b> .....	178
1.1 Grundbegriffe .....	178
1.1.1 Definition einer unendlichen Reihe .....	178
1.1.2 Konvergenz und Divergenz einer unendlichen Reihe .....	178
1.2 Konvergenzkriterien .....	179
1.2.1 Quotientenkriterium .....	179
1.2.2 Wurzelkriterium .....	180
1.2.3 Vergleichskriterien .....	180
1.2.4 Leibnizsches Konvergenzkriterium für alternierende Reihen .....	181
1.2.5 Eigenschaften konvergenter bzw. absolut konvergenter Reihen .....	181
1.3 Spezielle konvergente Reihen .....	181
<b>2 Potenzreihen</b> .....	182
2.1 Definition einer Potenzreihe .....	182
2.2 Konvergenzradius und Konvergenzbereich einer Potenzreihe .....	183
2.3 Wichtige Eigenschaften der Potenzreihen .....	183
<b>3 Taylor-Reihen</b> .....	184
3.1 Taylorsche und Mac Laurinsche Formel .....	184
3.1.1 Taylorsche Formel .....	184
3.1.2 Mac Laurinsche Formel .....	184
3.2 Taylorsche Reihe .....	185
3.3 Mac Laurinsche Reihe .....	185
3.4 Spezielle Potenzreihenentwicklungen (Tabelle) .....	186
3.5 Näherungspolynome einer Funktion (mit Tabelle) .....	188

<b>4</b>	<b>Fourier-Reihen</b>	190
4.1	Fourier-Reihe einer periodischen Funktion	190
4.2	Fourier-Zerlegung einer nichtsinusförmigen Schwingung	193
4.3	Spezielle Fourier-Reihen (Tabelle)	195
<b>VII</b>	<b>Lineare Algebra</b>	198
<b>1</b>	<b>Reelle Matrizen</b>	198
1.1	Grundbegriffe	198
1.1.1	$n$ -dimensionale Vektoren	198
1.1.2	Definition einer reellen Matrix	200
1.1.3	Spezielle Matrizen	201
1.1.4	Gleichheit von Matrizen	201
1.2	Spezielle quadratische Matrizen	201
1.2.1	Diagonalmatrix	202
1.2.2	Einheitsmatrix	202
1.2.3	Dreiecksmatrix	202
1.2.4	Symmetrische Matrix	202
1.2.5	Schiefsymmetrische Matrix	202
1.2.6	Orthogonale Matrix	203
1.3	Rechenoperationen für Matrizen	203
1.3.1	Addition und Subtraktion von Matrizen	203
1.3.2	Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar	203
1.3.3	Multiplikation von Matrizen	204
1.4	Reguläre Matrix	205
1.5	Inverse Matrix	205
1.5.1	Definition einer inversen Matrix	205
1.5.2	Berechnung einer inversen Matrix	206
1.5.2.1	Berechnung der inversen Matrix $\mathbf{A}^{-1}$ unter Verwendung von Unterdeterminanten	206
1.5.2.2	Berechnung der inversen Matrix $\mathbf{A}^{-1}$ nach dem Gaußschen Algorithmus (Gauß-Jordan-Verfahren)	206
1.6	Rang einer Matrix	207
1.6.1	Definitionen	207
1.6.1.1	Unterdeterminanten einer Matrix	207
1.6.1.2	Rang einer Matrix	207
1.6.1.3	Elementare Umformungen einer Matrix	207
1.6.2	Rangbestimmung einer Matrix	208
1.6.2.1	Rangbestimmung einer $(m, n)$ -Matrix $\mathbf{A}$ unter Verwendung von Unterdeterminanten	208
1.6.2.2	Rangbestimmung einer $(m, n)$ -Matrix $\mathbf{A}$ mit Hilfe elementarer Umformungen	208
<b>2</b>	<b>Determinanten</b>	209
2.1	Zweireihige Determinanten	209
2.2	Dreireihige Determinanten	210
2.3	Determinanten höherer Ordnung	211
2.3.1	Unterdeterminante $D_{ik}$	211
2.3.2	Algebraisches Komplement (Adjunkte) $A_{ik}$	211
2.3.3	Definition einer $n$ -reihigen Determinante	211

2.4	Laplacescher Entwicklungssatz	212
2.5	Rechenregeln für $n$ -reihige Determinanten	212
2.6	Regeln zur praktischen Berechnung einer $n$ -reihigen Determinante	214
2.6.1	Elementare Umformungen einer $n$ -reihigen Determinante	214
2.6.2	Reduzierung und Berechnung einer $n$ -reihigen Determinante	214
<b>3</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>215</b>
3.1	Grundbegriffe	215
3.1.1	Definition eines linearen Gleichungssystems	215
3.1.2	Spezielle lineare Gleichungssysteme	215
3.2	Lösungsverhalten eines linearen $(m, n)$ -Gleichungssystems	216
3.2.1	Kriterium für die Lösbarkeit eines linearen $(m, n)$ -Systems $\mathbf{Ax} = \mathbf{c}$	216
3.2.2	Lösungsmenge eines linearen $(m, n)$ -Systems $\mathbf{Ax} = \mathbf{c}$	216
3.3	Lösungsverhalten eines quadratischen linearen Gleichungssystems	217
3.4	Lösungsverfahren für ein lineares Gleichungssystem nach Gauß (Gaußscher Algorithmus)	218
3.4.1	Äquivalente Umformungen eines linearen $(m, n)$ -Systems	218
3.4.2	Gaußscher Algorithmus	218
3.5	Cramersche Regel	221
3.6	Lineare Unabhängigkeit von Vektoren	221
<b>4</b>	<b>Komplexe Matrizen</b>	<b>222</b>
4.1	Definition einer komplexen Matrix	222
4.2	Rechenoperationen und Rechenregeln für komplexe Matrizen	223
4.3	Konjugiert komplexe Matrix	223
4.4	Konjugiert transponierte Matrix	224
4.5	Spezielle komplexe Matrizen	224
4.5.1	Hermitesche Matrix	224
4.5.2	Schiefhermitesche Matrix	224
4.5.3	Unitäre Matrix	225
<b>5</b>	<b>Eigenwertprobleme</b>	<b>225</b>
5.1	Eigenwerte und Eigenvektoren einer quadratischen Matrix	225
5.2	Eigenwerte und Eigenvektoren spezieller $n$ -reihiger Matrizen	227
<b>VIII</b>	<b>Komplexe Zahlen und Funktionen</b>	<b>228</b>
<b>1</b>	<b>Darstellungsformen einer komplexen Zahl</b>	<b>228</b>
1.1	Algebraische oder kartesische Form	228
1.2	Polarformen	229
1.2.1	Trigonometrische Form	229
1.2.2	Exponentialform	229
1.3	Umrechnungen zwischen den Darstellungsformen	230
1.3.1	Polarform $\rightarrow$ Kartesische Form	230
1.3.2	Kartesische Form $\rightarrow$ Polarform	230

<b>2 Grundrechenarten für komplexe Zahlen</b> .....	231
2.1 Addition und Subtraktion komplexer Zahlen .....	231
2.2 Multiplikation komplexer Zahlen .....	231
2.3 Division komplexer Zahlen .....	232
<b>3 Potenzieren</b> .....	233
<b>4 Radizieren (Wurzelziehen)</b> .....	234
<b>5 Natürlicher Logarithmus einer komplexen Zahl</b> .....	235
<b>6 Ortskurven</b> .....	236
6.1 Komplexwertige Funktion einer reellen Variablen .....	236
6.2 Ortskurve einer parameterabhängigen komplexen Zahl .....	236
6.3 Inversion einer Ortskurve .....	237
<b>7 Komplexe Funktionen</b> .....	238
7.1 Definition einer komplexen Funktion .....	238
7.2 Definitionsgleichungen einiger elementarer Funktionen .....	238
7.2.1 Trigonometrische Funktionen .....	238
7.2.2 Hyperbelfunktionen .....	238
7.2.3 Exponentialfunktion (e-Funktion) .....	239
7.3 Wichtige Beziehungen und Formeln .....	239
7.3.1 Eulersche Formeln .....	239
7.3.2 Zusammenhang zwischen den trigonometrischen Funktionen und der komplexen e-Funktion .....	239
7.3.3 Trigonometrische und Hyperbelfunktionen mit imaginärem Argument .....	239
7.3.4 Additionstheoreme der trigonometrischen und Hyperbelfunktionen für komplexes Argument .....	239
7.3.5 Arkus- und Areafunktionen mit imaginärem Argument .....	240
<b>8 Anwendungen in der Schwingungslehre</b> .....	240
8.1 Darstellung einer harmonischen Schwingung durch einen rotierenden komplexen Zeiger .....	240
8.2 Ungestörte Überlagerung gleichfrequenter harmonischer Schwingungen („Superpositionsprinzip“) .....	241
<b>IX Differential- und Integralrechnung für Funktionen von mehreren Variablen</b> .....	243
<b>1 Funktionen von mehreren Variablen und ihre Darstellung</b> .....	243
1.1 Definition einer Funktion von mehreren Variablen .....	243
1.2 Darstellungsformen einer Funktion von zwei Variablen .....	243
1.2.1 Analytische Darstellung .....	243
1.2.2 Graphische Darstellung .....	244
1.2.2.1 Darstellung einer Funktion als Fläche im Raum .....	244
1.2.2.2 Schnittkurvendiagramme .....	244
1.2.2.3 Höhenliniendiagramm .....	244

1.3	Spezielle Flächen (Funktionen) . . . . .	245
1.3.1	Ebenen . . . . .	245
1.3.2	Rotationsflächen . . . . .	245
1.3.2.1	Gleichung einer Rotationsfläche . . . . .	245
1.3.2.2	Spezielle Rotationsflächen . . . . .	246
<b>2</b>	<b>Partielle Differentiation</b> . . . . .	<b>247</b>
2.1	Partielle Ableitungen 1. Ordnung . . . . .	247
2.1.1	Partielle Ableitungen 1. Ordnung von $z = f(x; y)$ . . . . .	247
2.1.2	Partielle Ableitungen 1. Ordnung von $y = f(x_1; x_2; \dots; x_n)$ . . . . .	248
2.2	Partielle Ableitungen höherer Ordnung . . . . .	249
2.3	Verallgemeinerte Kettenregel (Differentiation nach einem Parameter) . . . . .	250
2.4	Totales oder vollständiges Differential einer Funktion . . . . .	251
2.5	Anwendungen . . . . .	253
2.5.1	Linearisierung einer Funktion . . . . .	253
2.5.2	Relative Extremwerte (relative Maxima, relative Minima) . . . . .	254
2.5.3	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen (Lagrangesches Multiplikatorverfahren) . . . . .	255
<b>3</b>	<b>Mehrfachintegrale</b> . . . . .	<b>257</b>
3.1	Doppelintegrale . . . . .	257
3.1.1	Definition eines Doppelintegrals . . . . .	257
3.1.2	Berechnung eines Doppelintegrals in kartesischen Koordinaten . . . . .	258
3.1.3	Berechnung eines Doppelintegrals in Polarkoordinaten . . . . .	260
3.1.4	Anwendungen . . . . .	261
3.1.4.1	Flächeninhalt . . . . .	261
3.1.4.2	Schwerpunkt einer homogenen ebenen Fläche . . . . .	261
3.1.4.3	Flächenträgheitsmomente (Flächenmomente 2. Grades) . . . . .	262
3.2	Dreifachintegrale . . . . .	263
3.2.1	Definition eines Dreifachintegrals . . . . .	263
3.2.2	Berechnung eines Dreifachintegrals in kartesischen Koordinaten . . . . .	264
3.2.3	Berechnung eines Dreifachintegrals in Zylinderkoordinaten . . . . .	266
3.2.4	Berechnung eines Dreifachintegrals in Kugelkoordinaten . . . . .	266
3.2.5	Anwendungen . . . . .	267
3.2.5.1	Volumen eines zylindrischen Körpers . . . . .	267
3.2.5.2	Schwerpunkt eines homogenen Körpers . . . . .	268
3.2.5.3	Massenträgheitsmoment eines homogenen Körpers . . . . .	269
<b>X</b>	<b>Gewöhnliche Differentialgleichungen</b> . . . . .	<b>270</b>
<b>1</b>	<b>Grundbegriffe</b> . . . . .	<b>270</b>
1.1	Definition einer gewöhnlichen Differentialgleichung $n$ -ter Ordnung . . . . .	270
1.2	Lösungen einer Differentialgleichung . . . . .	270
1.3	Anfangswertprobleme . . . . .	270
1.4	Randwertprobleme . . . . .	271

<b>2</b>	<b>Differentialgleichungen 1. Ordnung</b>	271
2.1	Differentialgleichungen 1. Ordnung mit trennbaren Variablen	271
2.2	Spezielle Differentialgleichungen 1. Ordnung, die durch Substitutionen lösbar sind (Tabelle)	272
2.3	Exakte Differentialgleichungen 1. Ordnung	273
2.4	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung	274
2.4.1	Definition einer linearen Differentialgleichung 1. Ordnung	274
2.4.2	Integration der homogenen linearen Differentialgleichung	274
2.4.3	Integration der inhomogenen linearen Differentialgleichung	274
2.4.3.1	Integration durch Variation der Konstanten	274
2.4.3.2	Integration durch Aufsuchen einer partikulären Lösung	275
2.4.4	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	275
2.5	Numerische Integration einer Differentialgleichung 1. Ordnung	277
2.5.1	Streckenzugverfahren von Euler	277
2.5.2	Runge-Kutta-Verfahren 2. Ordnung	279
2.5.3	Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung	280
<b>3</b>	<b>Differentialgleichungen 2. Ordnung</b>	283
3.1	Spezielle Differentialgleichungen 2. Ordnung, die sich auf Differentialgleichungen 1. Ordnung zurückführen lassen	283
3.2	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	284
3.2.1	Definition einer linearen Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	284
3.2.2	Integration der homogenen linearen Differentialgleichung	284
3.2.2.1	Wronski-Determinante	284
3.2.2.2	Allgemeine Lösung der homogenen linearen Differentialgleichung	284
3.2.3	Integration der inhomogenen linearen Differentialgleichung	285
3.3	Numerische Integration einer Differentialgleichung 2. Ordnung	288
<b>4</b>	<b>Anwendungen</b>	291
4.1	Mechanische Schwingungen	291
4.1.1	Allgemeine Schwingungsgleichung der Mechanik	291
4.1.2	Freie ungedämpfte Schwingung	291
4.1.3	Freie gedämpfte Schwingung	292
4.1.3.1	Schwache Dämpfung (Schwingungsfall)	292
4.1.3.2	Aperiodischer Grenzfall	293
4.1.3.3	Aperiodisches Verhalten bei starker Dämpfung (Kriechfall)	293
4.1.4	Erzwungene Schwingung	294
4.1.4.1	Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung	294
4.1.4.2	Stationäre Lösung	294
4.2	Elektrische Schwingungen in einem Reihenschwingkreis	295
<b>5</b>	<b>Lineare Differentialgleichungen <math>n</math>-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten</b>	296
5.1	Definition einer linearen Differentialgleichung $n$ -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	296

5.2	Integration der homogenen linearen Differentialgleichung .....	296
5.2.1	Wronski-Determinante .....	296
5.2.2	Allgemeine Lösung der homogenen linearen Differentialgleichung .....	297
5.3	Integration der inhomogenen linearen Differentialgleichung .....	298
<b>6</b>	<b>Systeme linearer Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten .....</b>	<b>300</b>
6.1	Grundbegriffe .....	300
6.2	Integration des homogenen linearen Systems .....	300
6.3	Integration des inhomogenen linearen Systems .....	301
6.3.1	Integration durch Aufsuchen einer partikulären Lösung .....	301
6.3.2	Einsetzungs- oder Eliminationsverfahren .....	302
<b>XI</b>	<b>Fehler- und Ausgleichsrechnung .....</b>	<b>304</b>
<b>1</b>	<b>Gaußsche Normalverteilung .....</b>	<b>304</b>
<b>2</b>	<b>Auswertung einer Messreihe .....</b>	<b>305</b>
<b>3</b>	<b>Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz .....</b>	<b>308</b>
3.1	Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz für eine Funktion von zwei unabhängigen Variablen .....	308
3.2	Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz für eine Funktion von $n$ unabhängigen Variablen .....	310
<b>4</b>	<b>Lineares Fehlerfortpflanzungsgesetz .....</b>	<b>310</b>
<b>5</b>	<b>Ausgleichskurven .....</b>	<b>312</b>
5.1	Ausgleichung nach dem Gaußschen Prinzip der kleinsten Quadrate .....	312
5.2	Ausgleichs- oder Regressionsgerade .....	313
5.3	Ausgleichs- oder Regressionsparabel .....	315
<b>XII</b>	<b>Fourier-Transformationen .....</b>	<b>316</b>
<b>1</b>	<b>Grundbegriffe .....</b>	<b>316</b>
<b>2</b>	<b>Spezielle Fourier-Transformationen .....</b>	<b>321</b>
<b>3</b>	<b>Wichtige „Hilfsfunktionen“ in den Anwendungen .....</b>	<b>323</b>
3.1	Sprungfunktionen .....	323
3.2	Rechteckige Impulse .....	325
3.3	Diracsche Deltafunktion .....	326
<b>4</b>	<b>Eigenschaften der Fourier-Transformation (Transformationsätze) .....</b>	<b>329</b>
4.1	Linearitätssatz (Satz über Linearkombinationen) .....	329
4.2	Ähnlichkeitssatz .....	329
4.3	Verschiebungssatz (Zeitverschiebungssatz) .....	330
4.4	Dämpfungssatz (Frequenzverschiebungssatz) .....	331

4.5	Ableitungssätze (Differentiationssätze) . . . . .	332
4.5.1	Ableitungssatz (Differentiationssatz) für die Originalfunktion . . . . .	332
4.5.2	Ableitungssatz (Differentiationssatz) für die Bildfunktion . . . . .	333
4.6	Integrationssätze . . . . .	334
4.7	Faltungssatz . . . . .	334
4.8	Vertauschungssatz . . . . .	335
<b>5</b>	<b>Anwendung: Lösung linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten</b> . . . . .	<b>336</b>
5.1	Allgemeines Lösungsverfahren . . . . .	336
5.2	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . . . .	336
5.3	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . . . .	337
<b>6</b>	<b>Tabellen spezieller Fourier-Transformationen</b> . . . . .	<b>338</b>
<b>XIII</b>	<b>Laplace-Transformationen</b> . . . . .	<b>344</b>
<b>1</b>	<b>Grundbegriffe</b> . . . . .	<b>344</b>
<b>2</b>	<b>Eigenschaften der Laplace-Transformation (Transformationssätze)</b> . . . . .	<b>345</b>
2.1	Linearitätssatz (Satz über Linearkombinationen) . . . . .	345
2.2	Ähnlichkeitssatz . . . . .	346
2.3	Verschiebungssätze . . . . .	347
2.4	Dämpfungssatz . . . . .	348
2.5	Ableitungssätze (Differentiationssätze) . . . . .	348
2.5.1	Ableitungssatz (Differentiationssatz) für die Originalfunktion . . . . .	348
2.5.2	Ableitungssatz (Differentiationssatz) für die Bildfunktion . . . . .	350
2.6	Integrationssätze . . . . .	350
2.6.1	Integrationssatz für die Originalfunktion . . . . .	350
2.6.2	Integrationssatz für die Bildfunktion . . . . .	351
2.7	Faltungssatz . . . . .	352
2.8	Grenzwertsätze . . . . .	353
<b>3</b>	<b>Laplace-Transformierte einer periodischen Funktion</b> . . . . .	<b>354</b>
<b>4</b>	<b>Laplace-Transformierte spezieller Funktionen (Impulse)</b> . . . . .	<b>355</b>
<b>5</b>	<b>Anwendung: Lösung linearer Anfangswertprobleme</b> . . . . .	<b>360</b>
5.1	Allgemeines Lösungsverfahren . . . . .	360
5.2	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . . . .	361
5.3	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . . . .	362
<b>6</b>	<b>Tabelle spezieller Laplace-Transformationen</b> . . . . .	<b>363</b>

<b>XIV Vektoranalysis</b> .....	368
<b>1 Ebene und räumliche Kurven</b> .....	368
1.1 Vektorielle Darstellung einer Kurve .....	368
1.2 Differentiation eines Vektors nach einem Parameter .....	369
1.2.1 Ableitung einer Vektorfunktion .....	369
1.2.2 Tangentenvektor .....	369
1.2.3 Ableitungsregeln für Summen und Produkte .....	369
1.2.4 Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor eines Massenpunktes .....	370
1.3 Bogenlänge einer Kurve .....	371
1.4 Tangenten- und Hauptnormaleneinheitsvektor einer Kurve .....	371
1.5 Krümmung einer Kurve .....	372
<b>2 Flächen im Raum</b> .....	374
2.1 Vektorielle Darstellung einer Fläche .....	374
2.2 Flächenkurven .....	375
2.3 Flächennormale und Flächenelement .....	375
2.4 Tangentialebene .....	376
2.4.1 Tangentialebene einer Fläche vom Typ $\vec{r} = \vec{r}(u; v)$ .....	376
2.4.2 Tangentialebene einer Fläche vom Typ $z = f(x; y)$ .....	377
2.4.3 Tangentialebene einer Fläche vom Typ $F(x; y; z) = 0$ .....	377
<b>3 Skalar- und Vektorfelder</b> .....	378
3.1 Skalarfelder .....	378
3.2 Vektorfelder .....	378
<b>4 Gradient eines Skalarfeldes</b> .....	380
<b>5 Divergenz und Rotation eines Vektorfeldes</b> .....	382
5.1 Divergenz eines Vektorfeldes .....	382
5.2 Rotation eines Vektorfeldes .....	383
5.3 Spezielle Vektorfelder .....	384
<b>6 Darstellung von Gradient, Divergenz, Rotation und Laplace-Operator in speziellen Koordinatensystemen</b> .....	385
6.1 Darstellung in Polarkoordinaten .....	385
6.2 Darstellung in Zylinderkoordinaten .....	387
6.3 Darstellung in Kugelkoordinaten .....	390
<b>7 Linien- oder Kurvenintegrale</b> .....	392
7.1 Linienintegral in der Ebene .....	392
7.2 Linienintegral im Raum .....	394
7.3 Wegunabhängigkeit eines Linien- oder Kurvenintegrals .....	394
7.4 Konservative Vektorfelder .....	395
7.5 Arbeitsintegral (Arbeit eines Kraftfeldes) .....	396

<b>8 Oberflächenintegrale</b>	397
8.1 Definition eines Oberflächenintegrals	397
8.2 Berechnung eines Oberflächenintegrals	398
8.2.1 Berechnung eines Oberflächenintegrals in symmetriegerichten Koordinaten	398
8.2.2 Berechnung eines Oberflächenintegrals unter Verwendung von Flächenparametern	399
<b>9 Integralsätze von Gauß und Stokes</b>	400
9.1 Gaußscher Integralsatz	400
9.2 Stokesscher Integralsatz	401
<b>XV Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	403
<b>1 Hilfsmittel aus der Kombinatorik</b>	403
1.1 Permutationen	403
1.2 Kombinationen	404
1.3 Variationen	404
<b>2 Grundbegriffe</b>	405
<b>3 Wahrscheinlichkeit</b>	407
3.1 Absolute und relative Häufigkeit	407
3.2 Wahrscheinlichkeitsaxiome von Kolmogoroff	408
3.3 Laplace-Experimente	408
3.4 Bedingte Wahrscheinlichkeit	409
3.5 Multiplikationssatz	409
3.6 Stochastisch unabhängige Ereignisse	410
3.7 Mehrstufige Zufallsexperimente	410
<b>4 Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen</b>	412
4.1 Zufallsvariable	412
4.2 Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen	413
4.3 Kennwerte oder Maßzahlen einer Verteilung	415
<b>5 Spezielle diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen</b>	417
5.1 Binomialverteilung	417
5.2 Hypergeometrische Verteilung	419
5.3 Poisson-Verteilung	421
5.4 Approximationen diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Tabelle)	422
<b>6 Spezielle stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen</b>	423
6.1 Gaußsche Normalverteilung	423
6.1.1 Allgemeine Normalverteilung	423
6.1.2 Standardnormalverteilung	424

6.1.3	Berechnung von Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der tabellierten Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung	425
6.1.4	Quantile der Standardnormalverteilung	426
6.2	Exponentialverteilung	427
<b>7</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsverteilungen von mehreren Zufallsvariablen</b>	<b>428</b>
7.1	Mehrdimensionale Zufallsvariable	428
7.2	Summen, Linearkombinationen und Produkte von Zufallsvariablen	430
7.2.1	Additionssätze für Mittelwerte und Varianzen	430
7.2.2	Multiplikationssatz für Mittelwerte	431
7.2.3	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Summe	431
<b>8</b>	<b>Prüf- oder Testverteilungen</b>	<b>432</b>
8.1	Chi-Quadrat-Verteilung („ $\chi^2$ -Verteilung“)	432
8.2	$t$ -Verteilung von Student	434
<b>XVI</b>	<b>Grundlagen der mathematischen Statistik</b>	<b>436</b>
<b>1</b>	<b>Grundbegriffe</b>	<b>436</b>
1.1	Zufallsstichproben aus einer Grundgesamtheit	436
1.2	Häufigkeitsverteilung einer Stichprobe	437
1.3	Gruppierung der Stichprobenwerte bei umfangreichen Stichproben	439
<b>2</b>	<b>Kennwerte oder Maßzahlen einer Stichprobe</b>	<b>442</b>
2.1	Mittelwert, Varianz und Standardabweichung einer Stichprobe	442
2.2	Berechnung der Kennwerte unter Verwendung der Häufigkeitsfunktion	444
2.3	Berechnung der Kennwerte einer gruppierten Stichprobe	445
<b>3</b>	<b>Statistische Schätzmethoden für unbekannte Parameter („Parameterschätzungen“)</b>	<b>446</b>
3.1	Aufgaben der Parameterschätzung	446
3.2	Schätzfunktionen und Schätzwerte für unbekannte Parameter („Punktschätzungen“)	446
3.2.1	Schätz- und Stichprobenfunktionen	446
3.2.2	Schätzungen für den Mittelwert $\mu$ und die Varianz $\sigma^2$	447
3.2.3	Schätzungen für einen Anteilswert $p$ (Parameter $p$ einer Binomialverteilung)	448
3.2.4	Schätzwerte für die Parameter spezieller Wahrscheinlichkeitsverteilungen	448
3.3	Vertrauens- oder Konfidenzintervalle für unbekannte Parameter („Intervallschätzungen“)	449
3.3.1	Vertrauens- oder Konfidenzintervalle	449
3.3.2	Vertrauensintervalle für den unbekanntem Mittelwert $\mu$ einer Normalverteilung bei bekannter Varianz $\sigma^2$	450
3.3.3	Vertrauensintervalle für den unbekanntem Mittelwert $\mu$ einer Normalverteilung bei unbekannter Varianz $\sigma^2$	451

3.3.4	Vertrauensintervalle für den unbekanntem Mittelwert $\mu$ bei einer beliebigen Verteilung .....	452
3.3.5	Vertrauensintervalle für die unbekanntem Varianz $\sigma^2$ einer Normalverteilung .....	453
3.3.6	Vertrauensintervalle für einen unbekanntem Anteilswert $p$ (Parameter $p$ einer Binomialverteilung) .....	454
3.3.7	Musterbeispiel für die Bestimmung eines Vertrauensintervalls ....	455
<b>4</b>	<b>Statistische Prüfverfahren für unbekanntem Parameter („Parameter-tests“)</b> .....	<b>456</b>
4.1	Statistische Hypothesen und Parameter-tests .....	456
4.2	Spezielle Parameter-tests .....	457
4.2.1	Test für den unbekanntem Mittelwert $\mu$ einer Normalverteilung bei bekanntem Varianz $\sigma^2$ .....	457
4.2.2	Test für den unbekanntem Mittelwert $\mu$ einer Normalverteilung bei unbekanntem Varianz $\sigma^2$ .....	459
4.2.3	Tests für die Gleichheit der unbekanntem Mittelwerte $\mu_1$ und $\mu_2$ zweier Normalverteilungen („Differenzentests“) .....	460
4.2.3.1	Differenzentests für Mittelwerte bei abhängigen Stichproben .....	461
4.2.3.2	Differenzentests für Mittelwerte bei unabhängigen Stichproben .....	462
4.2.4	Tests für die unbekanntem Varianz $\sigma^2$ einer Normalverteilung ...	466
4.2.5	Tests für den unbekanntem Anteilswert $p$ (Parameter $p$ einer Binomialverteilung) .....	468
4.2.6	Musterbeispiel für einen Parameter-test .....	470
<b>5</b>	<b>Chi-Quadrat-Test</b> .....	<b>471</b>

## Anhang Teil A

<b>Integraltafel</b> .....	476
1 Integrale mit $ax + b$ .....	477
2 Integrale mit $ax + b$ und $px + q$ .....	478
3 Integrale mit $a^2 + x^2$ .....	479
4 Integrale mit $a^2 - x^2$ .....	480
5 Integrale mit $ax^2 + bx + c$ .....	482
6 Integrale mit $a^3 \pm x^3$ .....	484
7 Integrale mit $a^4 + x^4$ .....	484
8 Integrale mit $a^4 - x^4$ .....	484
9 Integrale mit $\sqrt{ax + b}$ .....	485
10 Integrale mit $\sqrt{ax + b}$ und $px + q$ .....	486
11 Integrale mit $\sqrt{ax + b}$ und $\sqrt{px + q}$ .....	487
12 Integrale mit $\sqrt{a^2 + x^2}$ .....	488
13 Integrale mit $\sqrt{a^2 - x^2}$ .....	490
14 Integrale mit $\sqrt{x^2 - a^2}$ .....	492
15 Integrale mit $\sqrt{ax^2 + bx + c}$ .....	494
16 Integrale mit $\sin(ax)$ .....	496
17 Integrale mit $\cos(ax)$ .....	498
18 Integrale mit $\sin(ax)$ und $\cos(ax)$ .....	500
19 Integrale mit $\tan(ax)$ .....	503
20 Integrale mit $\cot(ax)$ .....	503
21 Integrale mit einer Arkusfunktion .....	504
22 Integrale mit $e^{ax}$ .....	505
23 Integrale mit $\ln x$ .....	506
24 Integrale mit $\sinh(ax)$ .....	508
25 Integrale mit $\cosh(ax)$ .....	509
26 Integrale mit $\sinh(ax)$ und $\cosh(ax)$ .....	510
27 Integrale mit $\tanh(ax)$ .....	511
28 Integrale mit $\coth(ax)$ .....	511
29 Integrale mit einer Areafunktion .....	512

**Anhang Teil B**

<b>Tabellen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik</b> .....	513
<b>Tabelle 1:</b> Verteilungsfunktion $\phi(u)$ der Standardnormalverteilung .....	514
<b>Tabelle 2:</b> Quantile der Standardnormalverteilung .....	516
<b>Tabelle 3:</b> Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung .....	518
<b>Tabelle 4:</b> Quantile der $t$ -Verteilung von „Student“ .....	520
<b>Sachwortverzeichnis</b> .....	522



<http://www.springer.com/978-3-658-16194-1>

Mathematische Formelsammlung  
Für Ingenieure und Naturwissenschaftler  
Papula, L.  
2017, XXX, 546 S. 400 Abb., Softcover  
ISBN: 978-3-658-16194-1