



# Auf einen Blick

<b>Über die Autoren .....</b>	<b>11</b>
<b>Einführung .....</b>	<b>29</b>
<b>Teil I: Mathematisches Schulwissen reloaded .....</b>	<b>35</b>
<b>Kapitel 1: »Zahlen, bitte!« – von Zahlen und ihren Regeln .....</b>	<b>37</b>
<b>Kapitel 2: Mehr über (Un-)Gleichungen: Keiner ist gleicher .....</b>	<b>77</b>
<b>Kapitel 3: Folgen und Reihen: Zahlen folgen Zahlen .....</b>	<b>101</b>
<b>Kapitel 4: Noch mehr Folgen und Reihen: An die Grenze gehen.....</b>	<b>117</b>
<b>Teil II: Analysis .....</b>	<b>145</b>
<b>Kapitel 5: Funktionen: Die Basics.....</b>	<b>147</b>
<b>Kapitel 6: Funktionen: Charakteristisches.....</b>	<b>221</b>
<b>Kapitel 7: Differentialrechnung mit einer unabhängigen Variablen .....</b>	<b>293</b>
<b>Kapitel 8: Differentialrechnung mit mehreren unabhängigen Variablen .....</b>	<b>363</b>
<b>Kapitel 9: Integralrechnung .....</b>	<b>389</b>
<b>Kapitel 10: Differenzen- und Differentialgleichungen.....</b>	<b>431</b>
<b>Teil III: Lineare Algebra .....</b>	<b>485</b>
<b>Kapitel 11: (Un-)Gleichungssysteme: Vieles ist gleich, manches aber auch nicht.....</b>	<b>487</b>
<b>Kapitel 12: Vektoren und Matrizen .....</b>	<b>525</b>
<b>Kapitel 13: Determinanten.....</b>	<b>587</b>
<b>Kapitel 14: Lineare Programmierung: Programmieren leicht gemacht.....</b>	<b>635</b>
<b>Teil IV: Ein Ausflug in die Welt der Statistik .....</b>	<b>663</b>
<b>Kapitel 15: Statistische Sachverhalte beschreiben.....</b>	<b>665</b>
<b>Kapitel 16: Nichts (außer dem Tod) ist sicher – und alles ist wahrscheinlich.....</b>	<b>721</b>
<b>Teil V: Finanzmathematik .....</b>	<b>751</b>
<b>Kapitel 17: Zinsrechnung .....</b>	<b>753</b>
<b>Kapitel 18: Rentenrechnung .....</b>	<b>769</b>
<b>Kapitel 19: Tilgungsrechnung .....</b>	<b>801</b>
<b>Kapitel 20: Investitionsrechnung.....</b>	<b>815</b>
<b>Teil VI: Der Top-Ten-Teil .....</b>	<b>843</b>
<b>Kapitel 21: Die zehn größten mathematischen Fallstricke.....</b>	<b>845</b>
<b>Kapitel 22: Die zehn wichtigsten mathematischen Formeln.....</b>	<b>851</b>
<b>Kapitel 23: Zehn Tipps, die Scheu vor Zahlen und Formeln zu verlieren .....</b>	<b>857</b>
<b>Kapitel 24: Die zehn besten mathematischen Webseiten.....</b>	<b>863</b>
<b>Stichwortverzeichnis .....</b>	<b>871</b>





# Inhaltsverzeichnis

<b>Über die Autoren .....</b>	<b>11</b>
<b>Einführung .....</b>	<b>29</b>
Über dieses Buch.....	29
Törichte Annahmen über den Leser .....	30
Wie dieses Buch aufgebaut ist.....	30
Teil I: Mathematisches Schulwissen reloaded .....	30
Teil II: Analysis.....	31
Teil III: Lineare Algebra .....	31
Teil IV: Ein Ausflug in die Welt der Statistik.....	31
Teil V: Finanzmathematik .....	32
Teil VI: Der Top-Ten-Teil .....	32
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden.....	32
Konventionen in diesem Buch.....	33
Wie es weitergeht.....	33
<b>TEIL I</b>	
<b>MATHEMATISCHES SCHULWISSEN RELOADED .....</b>	<b>35</b>
<b>Kapitel 1</b>	
<b>»Zahlen, bitte!« – von Zahlen und ihren Regeln .....</b>	<b>37</b>
Zahlenmengen: Eine Menge Zahlen.....	37
Natürliche Zahlen: Positiv und ganz .....	37
Ganze Zahlen: Nichts Halbes.....	38
Rationale Zahlen: Wenn Brüche ins Spiel kommen.....	38
Irrationale Zahlen: Euler, Kreiszahl und Co.....	39
Reelle Zahlen: Rational, irrational, ganz egal.....	39
Komplexe Zahlen: Gar nicht so kompliziert .....	39
Alles auf einen Blick.....	40
Die Bedeutung der komplexen Zahlen.....	40
Zahlensysteme .....	42
Dezimalsystem .....	42
Binärsystem .....	42
Hexadezimalsystem .....	44
Grundlegende Rechenoperationen und -regeln .....	45
Elementare Gesetze .....	45
Faktorisieren – könnte nützlich sein.....	46
Bruchrechnung: Zahlen brechen.....	47
Der Betrag: Absolut einfach.....	53
Potenzen, Wurzeln und Logarithmen.....	54
Potenzen machen stark .....	55
Schmerzfreie Wurzelbehandlung .....	57



## 16 Inhaltsverzeichnis

Potenzen als Wurzeln von Wurzeln .....	60
Logarithmen ... wirklich keine Hexerei .....	61
Binomische Formeln .....	63
Mengenverknüpfungen.....	67
Grundbegriffe der Logik: Ist doch logisch! .....	70
Übungsaufgaben.....	71
Lösungen.....	72

## Kapitel 2

### Mehr über (Un-)Gleichungen: Keiner ist gleicher ..... 77

Polynomgleichungen: Exponenten zählen.....	77
Der einfache Dreisatz: Die Dinge ins Verhältnis setzen .....	78
Lineare Zusammenhänge: Alles schön gerade.....	79
Quadratische Gleichungen.....	81
Kubische Gleichungen.....	89
Weitere Gleichungsarten .....	91
Logarithmische Gleichungen.....	91
Exponentialgleichungen.....	92
Wurzelgleichungen.....	93
Ungleichungen.....	93
Übungsaufgaben.....	96
Lösungen.....	97



## Kapitel 3

### Folgen und Reihen: Zahlen folgen Zahlen ..... 101

Geordnete Zahlenwelten .....	101
Arithmetische und geometrische Folgen.....	102
Arithmetische Folge.....	102
Geometrische Folge .....	103
Arithmetische und geometrische Reihen.....	104
Arithmetische Reihe .....	104
Die Gauß'sche Summenformel .....	105
Summen von Quadrat- und Kubikzahlen .....	107
Geometrische Reihe .....	108
Unendliche Reihen.....	108
Partialsummen .....	109
Summen- und Produktzeichen .....	110
Übungsaufgaben.....	112
Lösungen.....	113

## Kapitel 4

### Noch mehr Folgen und Reihen: An die Grenze gehen ..... 117

Allgemeine Grenzwertbetrachtungen.....	117
Konvergenz und Divergenz von Folgen.....	117
Konvergenz und Divergenz von Reihen.....	118





## Inhaltsverzeichnis 17

Konvergenz oder Divergenz? Das ist hier die Frage!.....	121
Der einfachste Test: Prüfung auf den $n$ -ten Term (Test Nr. 1).....	122
Drei grundlegende Reihen und die zugehörigen Prüfungen (Tests Nr. 2 bis Nr. 4).....	123
Drei Vergleichstests für Konvergenz/Divergenz (Tests Nr. 5 bis Nr. 7).....	127
Tests auf Quotienten und Wurzeln (Tests Nr. 8 und Nr. 9).....	132
Alternierende Reihen.....	135
Absolute oder bedingte Konvergenz bestimmen.....	135
Der Test mit den alternierenden Reihen (Test Nr. 10).....	136
Im Testzoo die Übersicht behalten.....	139
Übungsaufgaben.....	140
Lösungen.....	141
<b>TEIL II</b>	
<b>ANALYSIS.....</b>	<b>145</b>
<b>Kapitel 5</b>	
<b>Funktionen: Die Basics.....</b>	<b>147</b>
Mathematische Zuordnungen: Eindeutig, eineindeutig oder undeutlich .....	147
Definition von Funktionen.....	148
Kartesisches Koordinatensystem .....	150
Konkave und konvexe Funktionen .....	154
Homogene und inhomogene Funktionen.....	156
Lineare Homogenität.....	156
Überlineare Homogenität .....	156
Unterlineare Homogenität .....	157
Inhomogenität.....	157
Umkehrfunktionen .....	158
Allgemeines.....	158
Wechselspiele mit inversen Funktionen.....	159
Handelsübliche Funktionen .....	162
Gerade.....	162
Absolutwertfunktion.....	166
Quadratische Funktion .....	168
Kubische Funktion.....	172
Hyperbel.....	175
Wurzelfunktion.....	178
Exponentialfunktion.....	181
Logarithmische Funktion .....	186
Logistische Funktion.....	188
Trigonometrische Funktion .....	188
Transformation der Grundgraphen.....	199
Vertikale Streckungen.....	200
Horizontale Streckungen.....	202
Translationen.....	203
Spiegelungen.....	206



## 18 Inhaltsverzeichnis

Kombinationen verschiedener Transformationen (selbst wieder eine Transformation!) .....	207
Operationen auf Funktionen: Ganz ohne Skalpell .....	208
Die Verkettung von Funktionen verstehen .....	211
Anpassung des Definitionsbereichs und des Wertebereichs verknüpfter Funktionen (falls nötig) .....	211
Übungsaufgaben .....	214
Lösungen .....	215

## Kapitel 6

### Funktionen: Charakteristisches ..... 221

Nullstellen .....	221
Der Zusammenhang zwischen Polynomgrad und Nullstellen .....	222
Einen Polynomausdruck faktorisieren .....	223
Die Nullstellen einer faktorisierten Gleichung bestimmen .....	233
Geht immer: Eine Lösungsformel für quadratische Gleichungen .....	233
Unfaktorisierbare Polynome mit einem höheren Grad als zwei .....	234
Stetigkeit (und Grenzwerte) .....	242
Graphen für Funktionen erstellen, die mehrere Regeln verwenden:	
Stückweise definierte Funktionen .....	243
Hilfreiche Werte für rationale Funktionen berechnen .....	245
Drei Funktionen erklären den Grenzwert .....	253
Weiter zu den einseitigen Grenzwerten .....	257
Einseitige und zweiseitige Grenzwerte: Der Teil und das Ganze .....	258
Unendliche Grenzwerte und vertikale Asymptoten .....	259
Grenzwerte und Stetigkeit hängen zusammen .....	261
Konkrete Grenzwertbetrachtungen (für Profis) .....	265
Einfache Grenzwerte .....	265
Die »echten« Aufgabenstellungen mit Grenzwert .....	267
Grenzwerte bei unendlich auswerten .....	275
Weitere Eigenschaften von Funktionen .....	281
Minima beziehungsweise Maxima .....	282
Wendepunkte .....	285
Monotonie .....	286
Symmetrie .....	286
Übungsaufgaben .....	286
Lösungen .....	288

## Kapitel 7

### Differenzialrechnung mit einer unabhängigen Variablen ..... 293

Das Grenzwertkonzept: Ein mathematisches Mikroskop .....	294
Was passiert beim Vergrößern? .....	295
Drei Warnungen – nur zur Vorsicht .....	297
Differenziation: Sucht die Steigung! .....	300
Die Steigung einer Geraden .....	302
Differenzenoperator .....	305



## Inhaltsverzeichnis 19

Allgemeines zur Ableitung einer Geraden .....	305
Allgemeines zur Ableitung einer Kurve .....	306
Die Ableitung über den Differenzenquotienten bestimmen.....	308
Ableitungsregeln .....	315
Allgemeine Regel .....	315
Ableitung von Wurzelausdrücken.....	318
Ableitung der Exponentialfunktion.....	319
Ableitung der logarithmischen Funktion.....	319
Ableitung trigonometrischer Funktionen.....	319
Zusammengesetzte Funktionen ableiten.....	319
Summenregel.....	320
Produktregel.....	320
Quotientenregel.....	321
Verkettungen.....	321
Sein oder Nichtsein? Drei Fälle, in denen die Ableitung nicht existiert.....	327
Spezielle Differenziationen .....	328
Implizite Differenziation.....	328
Logarithmische Differenziation – der Rhythmus macht's.....	330
Inverse Funktionen differenzieren.....	330
Kurvendiskussion .....	333
Nullstellenbestimmung.....	333
Extremwertbestimmung .....	336
Wende-/Sattelpunktbestimmung .....	340
Kurvendiskussion: Zusammenfassung .....	342
Die Regel von L'Hôpital: Analysis für den Notfall.....	343
Grundansatz.....	344
Nicht akzeptable Formen in Form bringen.....	345
Drei weitere nicht akzeptable Formen .....	345
Ausgewählte ökonomische Anwendungen der Differentialrechnung.....	348
Elastizitäten.....	348
Grenzkosten, Grenzumsatz, Grenzgewinn.....	349
Übungsaufgaben.....	355
Lösungen.....	357
<b>Kapitel 8</b>	
<b>Differentialrechnung mit mehreren unabhängigen</b>	
<b>Variablen.....</b>	<b>363</b>
Partielle Differenziation.....	363
Extremwertbestimmung ohne Nebenbedingungen.....	366
Extremwertbestimmung mit Nebenbedingungen.....	369
Lagrange-Ansatz .....	370
Ein ökonomisches Beispiel für die Extremwertbestimmung mit	
Nebenbedingungen .....	372
Das totale Differential.....	381
Übungsaufgaben.....	382
Lösungen.....	383



## 20 Inhaltsverzeichnis

<b>Kapitel 9</b>	
<b>Integralrechnung.....</b>	<b>389</b>
Flächenberechnungen als Grundlage der Integralrechnung.....	389
Flächen mithilfe linker Summen annähern.....	392
Flächen mithilfe rechter Summen annähern.....	396
Flächen mit Mittelpunktsummen annähern.....	398
Grenzwertbetrachtung.....	400
Integrationsregeln .....	402
Allgemeines.....	402
Zum Mitschreiben: Die umgekehrte Potenzregel .....	406
Spezielle Integrale .....	409
Besondere Integrationsmethoden.....	411
Zusammengesetzte Integrale .....	411
Integrale auf beiden Seiten der x-Achse.....	411
Verkettete Integrale.....	413
Uneigentliche Integrale – am Verlauf zu erkennen.....	418
Vertikale Asymptoten .....	419
Uneigentliche Integrale mit einer oder zwei Integrationsgrenzen im Unendlichen.....	421
Übungsaufgaben.....	423
Lösungen.....	425
<b>Kapitel 10</b>	
<b>Differenzen- und Differenzialgleichungen.....</b>	<b>431</b>
Differenzierte Gleichungen.....	431
Lösung einfacher Differenzengleichungen.....	433
Das Cobweb-Modell als Beispiel.....	434
Das Multiplikator-Akzelerator-Modell als Beispiel .....	435
Zur Lösung von Differenzialgleichungen.....	440
Allgemeine Lösung.....	440
Unterschied zwischen allgemeinen Differenzialgleichungen und Anfangswertproblemen.....	442
Differenzialgleichungen klassifizieren.....	443
Rechnerischer Zugang zur Lösung von Differenzialgleichungen erster Ordnung – nicht nur für Spitzenmathematiker.....	450
Grundsätzliches zur Lösung linearer Differenzialgleichungen erster Ordnung .....	451
Trennung der Variablen für homogene Differenzialgleichungen erster Ordnung .....	453
Variation der Konstanten .....	456
Berechnung der allgemeinen Lösung einer linearen Differenzialgleichung erster Ordnung.....	461
Abschließendes TdV-VdK-Beispiel.....	463
Nichtlineare Differenzialgleichungen erster Ordnung – Lösen mittels TdV .....	464



## Inhaltsverzeichnis 21

Anfangswertprobleme sind auch kein Problem.....	469
Anfangswertprobleme abarbeiten .....	469
Erstes Beispiel für ein Anfangswertproblem.....	470
Zweites Beispiel für ein Anfangswertproblem.....	472
Lösung von Differenzialgleichungen höherer Ordnung .....	472
Grundlegendes und Wissenswertes .....	473
Die allgemeine Lösung einer homogenen Differenzialgleichung.....	474
Übungsaufgaben.....	479
Lösungen.....	481
<b>TEIL III</b>	
<b>LINEARE ALGEBRA .....</b>	<b>485</b>
<b>Kapitel 11</b>	
<b>(Un-)Gleichungssysteme: Vieles ist gleich, manches aber auch nicht.....</b>	<b>487</b>
Eine Einführung zu den Lösungsverfahren von Gleichungssystemen.....	488
Lösungen von linearen Systemen mit zwei Gleichungen algebraisch bestimmen .....	489
Die Substitutionsmethode .....	490
Das Eliminationsverfahren .....	492
Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen .....	494
Substituieren und Eliminieren: Stufen bilden.....	494
Das Gauß-Verfahren.....	499
Ein Gleichungssystem mit vier Variablen und vier Gleichungen als Beispiel .....	501
Zur Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme .....	504
Keine eindeutige Lösung.....	504
Keine Lösung.....	505
Grafische Veranschaulichung der Lösbarkeit von Gleichungssystemen .....	506
Nichtlineare Gleichungssysteme.....	509
Wenn eine Gleichung im System nichtlinear ist.....	510
Wenn beide Gleichungen im System nichtlinear sind .....	511
Ungleichungssysteme .....	513
Übungsaufgaben.....	515
Lösungen.....	517
<b>Kapitel 12</b>	
<b>Vektoren und Matrizen.....</b>	<b>525</b>
Allgemeines .....	525
Vektoren .....	527
Matrizen .....	530
Rechnen mit Vektoren.....	536
Addition von Vektoren .....	536
Subtraktion von Vektoren.....	537
Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar .....	539



## 22 Inhaltsverzeichnis

Das Skalarprodukt und das Vektorprodukt.....	541
Der Betrag eines Vektors.....	543
Rechnen mit Matrizen.....	545
Matrixaddition.....	546
Multiplikation von Matrizen.....	548
Gleichungssysteme ganz entspannt lösen.....	554
Einführung.....	554
Vergleichen durch die Anordnung von Daten in Matrizen .....	556
Matrixinversion.....	558
Linearkombinationen von Vektoren – Grundlagen.....	565
Lösungen homogener Systeme suchen.....	570
Lineare Unabhängigkeit.....	574
Übungsaufgaben.....	578
Lösungen.....	581

## Kapitel 13

### Determinanten.....

**587**

Was sind Determinanten?.....	587
Berechnung von Determinanten .....	589
Die Sarrus'sche Regel.....	589
Entwicklungssatz nach Laplace .....	593
Determinanten von transponierten und invertierten Matrizen.....	597
Nulldeterminanten.....	599
Matrixmanipulation durch Multiplikation und Kombination.....	602
Obere und untere Dreiecksmatrizen .....	603
Determinanten von Matrixprodukten.....	605
Anwendungen der Determinantenrechnung .....	606
Zur Lösbarkeit von Gleichungssystemen.....	607
Inverse Matrix.....	609
Die Cramer'sche Regel.....	614
Hesse-Matrix .....	618
Mit Determinanten Fläche und Volumen berechnen .....	620
Eigenwerte und Eigenvektoren finden.....	625
Die Eigenwerte einer ( $2 \times 2$ )-Matrix.....	626
Übungsaufgaben.....	630
Lösungen.....	632

## Kapitel 14

### Lineare Programmierung: Programmieren leicht gemacht ...

**635**

Grundfragestellung.....	635
Grundprinzipien der linearen Programmierung.....	636
Lösungsmöglichkeiten.....	636
Minimierung und Maximierung .....	636
Anwendungsbeispiele .....	636
Grafische Methode .....	637
Eindeutige Lösung.....	637
Mehrdeutige Lösung .....	641



## Inhaltsverzeichnis 23

Unbestimmte Lösung.....	642
Keine Lösung.....	643
Der Simplex-Algorithmus.....	644
Eindeutige Lösung.....	644
Mehrdeutige Lösung.....	648
Unbestimmte Lösung.....	649
Keine Lösung.....	649
Minimierungsproblem.....	651
Übungsaufgaben.....	653
Lösungen.....	655

## TEIL IV EIN AUSFLUG IN DIE WELT DER STATISTIK ..... 663

### Kapitel 15 Statistische Sachverhalte beschreiben ..... 665

Die Basics der Statistik.....	665
Deskriptive Statistik.....	665
Induktive Statistik.....	666
Merkmale und Merkmalsausprägungen.....	666
Datenarten.....	667
Skalenniveau der Daten.....	667
Wertebereich von Daten.....	668
Zusammenfassung der Datenarten.....	669
Mittelwerte: Die goldene Mitte finden.....	669
Modus.....	670
Median.....	670
Arithmetischer Mittelwert.....	671
Geometrischer Mittelwert.....	672
Harmonischer Mittelwert.....	674
Mittelwertbeziehungen.....	674
Streuungen und Konzentrationsmessung: Viele Dinge sind ungleich.....	676
Streuungsbegriff.....	676
Mittlere absolute Abweichung.....	677
Varianz und Standardabweichung.....	678
Variationskoeffizient.....	679
Konzentrationsmessung.....	680
Absolute Konzentration.....	680
Relative Konzentration.....	683
Korrelationen und Ähnliches: Wie das so alles zusammenhängt.....	689
Kontingenzkoeffizienten für nominalskalierte Zusammenhänge .....	689
Rangkorrelationskoeffizienten.....	691
Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizient.....	694
Regressionsanalyse: Was ist Ursache? Was ist Wirkung? .....	699
Übungsaufgaben.....	706
Lösungen.....	712



## 24 Inhaltsverzeichnis

### Kapitel 16

<b>Nichts (außer dem Tod) ist sicher – und alles ist wahrscheinlich.....</b>	<b>721</b>
Wahrscheinlichkeitsbegriffe: Alles ist möglich.....	721
Klassischer Wahrscheinlichkeitsbegriff nach Laplace.....	722
Statistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff nach von Mises.....	723
Subjektiver Wahrscheinlichkeitsbegriff nach Bayes.....	723
Axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff nach Kolmogorow.....	723
Kombinatorik als Basis der Wahrscheinlichkeitsrechnung: Nicht nur Detektive, auch Statistiker kombinieren .....	724
Permutationen .....	724
Variationen.....	725
Kombinationen.....	725
Und jetzt noch mal alle zusammen! .....	726
Wahrscheinlichkeitsrechenregeln: Was ganz sicher gilt .....	726
Additionssatz.....	727
Multiplikationssatz.....	728
Der Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit.....	729
Satz von Bayes.....	731
Wahrscheinlichkeitsdichtevereiblungen: Wahrscheinlich ziemlich dicht.....	732
Ereignisraum und Definitionsbereich.....	732
Realisationen.....	732
Allgemeine stochastische Funktionen.....	733
Kennzahlen: Mal wieder Mittelwert und Streuung .....	738
Erwartungswert .....	738
Varianz.....	739
Übungsaufgaben.....	741
Lösungen.....	744

### TEIL V

### FINANZMATHEMATIK ..... 751

### Kapitel 17

<b>Zinsrechnung.....</b>	<b>753</b>
Zum Zinsbegriff: Was Zinsen sind.....	753
Der Zins als Kapitalpreis.....	753
Der Zins als zeitliche Vergleichsgröße.....	754
Zinseszins: Verzinst die Zinsen.....	756
Jahresbezogene Aufzinsung.....	756
Rund um die Aufzinsungsformel.....	758
Unterschiedliche Aufzinsungsfaktoren .....	759
Jahresbezogene versus unterjährige Verzinsung.....	760
Der Periodenzinssatz.....	760
Der effektive Zinssatz.....	761
Übungsaufgaben.....	763
Lösungen.....	764

**Inhaltsverzeichnis 25****Kapitel 18****Rentenrechnung..... 769**

Renten: Nicht nur im Alter .....	769
Nachschüssige konstante Renten.....	770
Vorschüssige konstante Renten.....	776
Variable Renten .....	780
Kapitalaufbau: Ihr Geld wird mehr!.....	782
Grundsätzliches zum Kapitalaufbau bei einer nachschüssigen Rente.....	783
Bestimmung der Kapitalbeträge .....	783
Berechnung der Laufzeit mit der nachschüssigen Kapitalaufbauformel ....	785
Berechnung der Rentenhöhe mit der nachschüssigen Kapitalaufbauformel .....	785
Berechnung des Zinssatzes mit der nachschüssigen Kapitalaufbauformel .....	786
Kapitalverzehr: Ihr Geld wird weniger! .....	787
Grundsätzliches zum Kapitalverzehr bei einer nachschüssigen Rente.....	787
Bestimmung der Kapitalendwerte und der Kapitalanfangswerte.....	787
Berechnung der Laufzeit mit der nachschüssigen Kapitalverzehrsformel .....	788
Berechnung der Rentenhöhe mit der nachschüssigen Kapitalverzehrsformel.....	789
Berechnung des Zinssatzes mit der nachschüssigen Kapitalverzehrsformel.....	791
Spezialfall Kredit .....	791
Übungsaufgaben.....	793
Lösungen.....	796

**Kapitel 19****Tilgungsrechnung..... 801**

Tilgungsbegriff: Kredite müssen (leider) zurückgezahlt werden.....	801
Ratentilgung: Jede Periode dieselbe Tilgungsrate .....	803
Annuitätentilgung: Jede Periode die gleiche Überweisung.....	806
Sonderformen der Tilgungsrechnung: Auch die Tilgungsrechnung ist manchmal sonderbar!.....	808
Endfällige Tilgung.....	808
Einmaltilgung .....	809
Übungsaufgaben.....	810
Lösungen.....	811

**Kapitel 20****Investitionsrechnung..... 815**

Grundsätzliches zu Investition und Finanzierung.....	815
Zum kleinen, aber feinen Unterschied zwischen Investition und Finanzierung.....	816
Sach-, Finanz- und immaterielle Investitionen .....	817



## 26 Inhaltsverzeichnis

Brutto- versus Nettoinvestitionen .....	818
Allgemeines zu Investitionsrechenverfahren .....	819
Statische Investitionsrechenverfahren .....	819
Kostenvergleichsrechnung .....	820
Gewinnvergleichsrechnung .....	821
Rentabilitätsvergleichsrechnung .....	822
Amortisationsvergleichsrechnung .....	823
Vergleich der statischen Investitionsrechenverfahren .....	824
Dynamische Investitionsrechenverfahren .....	830
Kapitalwertmethode .....	831
Methode des internen Zinssatzes .....	832
Dean-Modell .....	834
Übungsaufgaben .....	835
Lösungen .....	838

## TEIL VI DER TOP-TEN-TEIL ..... 843

### Kapitel 21

#### Die zehn größten mathematischen Fallstricke ..... 845

Nr. 1: Punkt- vor Strichrechnung .....	845
Nr. 2: Auf die Klammersetzung achten .....	846
Nr. 3: Kontextabhängigkeit von Symbolen .....	847
Nr. 4: Auf den Hauptstrich bei Doppelbrüchen achten .....	847
Nr. 5: Prozentpunkte versus Prozente .....	848
Nr. 6: Matrixmultiplikation .....	848
Nr. 7: Brüche richtig addieren .....	849
Nr. 8: Flächenberechnungen um Nullstellen herum .....	849
Nr. 9: Nie durch null teilen .....	849
Nr. 10: Zeichenwechsel bei Ungleichungen .....	850

### Kapitel 22

#### Die zehn wichtigsten mathematischen Formeln ..... 851

Nr. 1: Kommutativ-, Assoziativ-, Distributivgesetz .....	851
Nr. 2: Binomische Formeln .....	852
Nr. 3: Binomialkoeffizient .....	852
Nr. 4: $pq$ - und $abc$ -Formel .....	853
Nr. 5: Nullproduktformel .....	853
Nr. 6: Gauß'sche Summenformel .....	854
Nr. 7: Satz des Pythagoras .....	854
Nr. 8: Regel von L'Hôpital .....	855
Nr. 9: Rentenbarwertformel .....	855
Nr. 10: Kapitalwertmethode .....	855



**Inhaltsverzeichnis 27****Kapitel 23****Zehn Tipps, die Scheu vor Zahlen und Formeln****zu verlieren..... 857**

Nr. 1: Lernen Sie nochmals die Grundrechenregeln!.....	857
Nr. 2: Suchen Sie stets einen Anwendungsbezug!.....	858
Nr. 3: Denken Sie sich Geschichten aus!.....	858
Nr. 4: Schalten Sie den Taschenrechner aus und Ihr Hirn ein!.....	858
Nr. 5: Nutzen Sie Eselsbrücken!.....	859
Nr. 6: Führen Sie Kontrollrechnungen durch! .....	859
Nr. 7: Gönnen Sie sich ein paar Mathewitze oder Mathesprüche!.....	859
Nr. 8: »Löchern« Sie Ihren Lehrer und Dozenten!.....	860
Nr. 9: Werden Sie in Ihrer Freizeit zum Mathematiker oder Statistiker!.....	860
Nr. 10: Feiern Sie Ihre Mathefortschritte!.....	861

**Kapitel 24****Die zehn besten mathematischen Webseiten..... 863**

Nr. 1: Ableitungsrechner – mit Rechenweg!.....	863
Nr. 2: Integralrechner – mit Rechenweg!.....	863
Nr. 3: Umrechnung von Zahlensystemen.....	865
Nr. 4: Rechner für Matrizen.....	865
Nr. 5: Rechner zum Lösen linearer Gleichungssysteme.....	866
Nr. 6: Kurvendiskussion.....	866
Nr. 7: Simplex-Methode.....	867
Nr. 8: Finanzmathematik online .....	868
Nr. 9: Summen online berechnen.....	868
Nr. 10: Grenzwerte online berechnen .....	869

**Stichwortverzeichnis .....****871**

