

Inhaltsverzeichnis

1	Elemente der Topologie	1
1.1	Topologie des euklidischen Raumes $\mathbb{R}^n$	1
1.2	Topologie metrischer Räume	6
1.3	Stetige Abbildungen	13
1.4	Kompakte Räume	28
1.5	Zusammenhang	33
1.6	Potenzreihen in Banachalgebren	38
1.7	Aufgaben.....	42
2	Differenzierbare Funktionen	45
2.1	Begriff der Differenzierbarkeit. Elementare Feststellungen	45
2.2	Mittelwertsatz und Schrankensatz	56
2.3	Höhere Ableitungen. Der Satz von Schwarz	58
2.4	Die Taylorapproximation	64
2.5	Zur Bedeutung der zweiten Ableitung	68
2.6	Differentiation parameterabhängiger Integrale	75
2.7	Die Eulersche Differentialgleichung der Variationsrechnung ...	77
2.8	Aufgaben.....	84
3	Differenzierbare Abbildungen	87
3.1	Begriff der Differenzierbarkeit. Elementare Feststellungen	87
3.2	Der Schrankensatz	102
3.3	Der Satz von der lokalen Umkehrbarkeit	104
3.4	Auflösen von Gleichungen. Implizit definierte Abbildungen ...	111
3.5	Differenzierbare Untermannigfaltigkeiten	115
3.6	Extrema unter Nebenbedingungen	123
3.7	Aufgaben.....	126
4	Vektorfelder	131
4.1	Vektorfelder. Koordinatensysteme	131

4.2	Integalkurven in Vektorfeldern. Gewöhnliche Differentialgleichungen	136
4.3	Lineare Differentialgleichungen	147
4.4	Erste Integrale	154
4.5	Attraktoren und stabile Punkte	158
4.6	Flüsse in Vektorfeldern und Divergenz	164
4.7	Divergenz und Laplace-Operator in orthogonalen Koordinaten	171
4.8	Aufgaben	173
5	Felder von Linearformen, Pfaffsche Formen. Kurvenintegrale	177
5.1	Begriff der Pfaffschen Form	177
5.2	Integration von 1-Formen längs Kurven	179
5.3	Exakte 1-Formen. Wegunabhängigkeit der Integration	182
5.4	Lokal exakte 1-Formen. Das Lemma von Poincaré	185
5.5	Homotopieinvarianz des Kurvenintegrals lokal exakter 1-Formen	188
5.6	Aufgaben	194
6	Die Fundamentalsätze der Funktionentheorie	197
6.1	Der Cauchysche Integralsatz	197
6.2	Die Cauchysche Integralformel für Kreisscheiben. Der Satz von der Potenzreihenentwicklung	203
6.3	Die Cauchysche Integralformel für Kreisringe. Der Satz von der Laurententwicklung	211
6.4	Der Residuensatz	216
6.5	Das Maximumprinzip. Die holomorphen Automorphismen von $\mathbb{E}$	223
6.6	Die Gammafunktion	225
6.7	Holomorphe Funktionen und harmonische Funktionen	229
6.8	Aufgaben	230
7	Das Lebesgue-Integral	235
7.1	Integration von Treppenfunktionen	235
7.2	Die L^1 -Halbnorm	238
7.3	Definition des Lebesgue-Integrals. Elementare Feststellungen	242
7.4	Der Kleine Satz von Beppo Levi und der Kleine Satz von Fubini	245
7.5	Meßbarkeit von Teilmengen des $\mathbb{R}^n$	252
7.6	Nullmengen	256
7.7	Translationsinvarianz des Lebesgue-Integrals. Das Volumen von Parallelotopen	261
7.8	Riemannsche Summen	264

Inhaltsverzeichnis	XI
7.9 Aufgaben.....	266
8 Vollständigkeit des Lebesgue-Integrals. Konvergenzsätze und der Satz von Fubini	269
8.1 Der Vollständigkeitssatz von Riesz-Fischer	269
8.2 Gliedweise Integration bei monotoner Konvergenz. Der Satz von Beppo Levi.....	272
8.3 Gliedweise Integration bei majorisierter Konvergenz	278
8.4 Parameterabhängige Integrale	282
8.5 Integration über einen Produktraum. Die Sätze von Fubini und Tonelli	289
8.6 Aufgaben.....	296
9 Der Transformationssatz	299
9.1 Formulierung des Transformationssatzes. Erste Beispiele	299
9.2 Beweis des Transformationssatzes	303
9.3 Integration mittels Polarkoordinaten und Jacobi-Abbildung...	308
9.4 Aufgaben.....	314
10 Anwendungen der Integralrechnung	317
10.1 Faltung und Approximation von Funktionen	317
10.2 Die Fourier-Transformation	325
10.3 Quadratintegrierbare Funktionen	334
10.4 Aufgaben.....	343
11 Integration über Untermannigfaltigkeiten des euklidischen $\mathbb{R}^n$	346
11.1 Reguläre Parameterdarstellungen	346
11.2 Das Volumen d -dimensionaler Parallelotope	351
11.3 Integration über ein Kartengebiet	353
11.4 Zerlegungen der Eins	359
11.5 Integration über eine Untermannigfaltigkeit	362
11.6 Nullmengen zu einer Dimension d	367
11.7 Integration über $\mathcal{C}^1$ -Flächen	371
11.8 Aufgaben.....	374
12 Der Integralsatz von Gauß	377
12.1 Integration von Vektorfeldern über orientierte reguläre Hyperflächen	377
12.2 $\mathcal{C}^1$ -Polyeder	380
12.3 Die Divergenz eines Vektorfeldes	382
12.4 Der Gaußsche Integralsatz	384

12.5	Beweis des Gaußschen Integralsatzes	387
12.6	Die Greenschen Formeln	393
12.7	Aufgaben	396
13	Der Integralsatz von Stokes	399
13.1	Alternierende Multilinearformen	399
13.2	Differentialformen auf offenen Teilmengen des $\mathbb{R}^n$	403
13.3	Differentialformen auf Untermannigfaltigkeiten des $\mathbb{R}^N$	408
13.4	Orientierung von Untermannigfaltigkeiten	411
13.5	Integration von Differentialformen	418
13.6	Glatt berandete Teilmengen einer Untermannigfaltigkeit	423
13.7	Der Satz von Stokes	430
13.8	Die klassische Version des Satzes von Stokes	433
13.9	Der Brouwersche Fixpunktsatz	439
13.10	Aufgaben	441
	Literatur	445
	Bezeichnungen	446
	Namen- und Sachverzeichnis	449